

# 情報科学「計算とは何か」の目的

水谷 正大

mizutani@ic.daito.ac.jp

2014 September

# 目次

- 1 探求に値する問い
- 2 決定問題
- 3 Turing 機械から広がる世界
- 4 一般言語
- 5 今後の展開

# 探求に値する根源的問い

- **知性** ( intelligence ) はヒトにだけ宿るのか？ コンピュータは獲得するようになるだろうか。
- そもそも知とは何か？
  - 単に記憶力ではなさそうだ。「思考する」力といえるかもしれない。
- では**思考**はどのようにして行われているのか？
  - ものごとを分析的に理解し、論理的に思考することは言語活動からもたらされる、とされている（正しそうだけど「実証」することはきわめて困難）。
- ヒトは自らの心（思考）の内部で進行している過程の多くを「**意識化**」または「**言語化**」することができない。
  - ヒトが行うのと同じ事を機械に行わせることはたいへん困難であるという事実（文字の読み取り能力、不完全状況での会話の理解、連想記憶と発見）。
  - その過程が解明され**アルゴリズム化**されたならば、たいへんスゴイことができる可能性がある
- **言語能力**はヒトにおいてヒトたらしめる最大能力である

# 探求に値する逆方向からの問い

- 人間存在  $\neq$  論理であり、ヒトが生み出す芸術は文学のように言語化できないものがある
  - 絵画や彫刻など視覚や触覚に訴える芸術が存在する
- ヒトの精神の大部分は**無意識**によって規定される ( Sigmund Freud、Carl G. Jung )
  - 自我観 ( Das Ich ) の哲学および精神分析における自我観の変遷。
  - **感情** ( emotion ) は食欲や性欲など本能的反応だけから生じているわけではない。ヒトは論理だけで行動・判断するわけではない。
- 動物 ( ヒトを含む ) の交流、対人 ( 人間 ) 関係の多くは**非言語的手段**によってなされている。
- 音楽を聞いたり演奏したりすることで心身の健康の回復、向上をはかる**音楽療法**が存在する。
  - 論理の対局にあると思われる音楽は**楽譜**として言語化 ( 記号化 ) されてしまうのだが。
  - 音楽を創り出すのはヒトだけ

1900 年 8 月 8 日国際数学者会議で D. Hilbert の講演

- 20 世紀に目指すべき数学の方向性を与えた
- 現在に至るも未解決な問題、たとえば素数分布について ← 最大の未解決問題 **Riemann 予想**に含まれる、もある

[第 10 問題] : Diophantos 方程式の**可解性**の決定 ( Entscheidungen )  
任意個の変数と有理整数係数の Diophantos 方程式が与えられているとき、その方程式が有理整数の範囲で解をもつかどうかを「有限回」の操作で決定する方法を考えよ。

- 1970 年 Yuri Matiyasevich が否定的に解決
- Diophantos 方程式がどんな場合に整数解を持つかを決定する一般的解法は**存在しない**

# 「記号論理学の基礎」での提起

Hilbert の講義内容をまとめた 1928 年の著作「記号論理学の基礎」  
“*Grundzüge der Theoretischen Logic*” (D. Hilbert & W. Ackermann)。  
論理の完全性と決定性可能性に関する問題について、以下の巨大な結果  
が得られた。

Kurt Gödel, *Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica  
und verwandter Systeme I*, Monatshefte für Mathematik und  
Physik(1931)、ゲーデル『不完全性定理』、岩波文庫 (2006)

- 任意の与えられた論理式またはその否定は証明不可能である。

Alonzo Church, *A Note on the Entscheidungsproblem*, J. Symbolic  
Logic(1936)。

- 一階述語論理の決定問題は解決不能ある

Alan Turing, *On Computable Numbers, with an Application to the  
Entscheidungsproblem*, Proc.London Math.Soc(1937)。

- 論理学命題が証明可能か否かも決定不能で、決定問題を解くことは  
できない (Church と同じ結果)。
- 今日「**Turing 機械**」と呼ばれる機械的手順による方法を使った。

# Turing 機械から広がる世界

- ① 機械的手順 ~ アルゴリズム (algorithm)
  - 問題を解くための明確な(「知性」が要らない)指示の集まり
  - コンピュータプログラムにたいへん似ている
- ② Turing 機械を使った命題論理の決定性を考えた以上の世界の広がり
  - Turing 機械は文字列の入力と出力を行う自動機械 (automaton)
  - オートマトンを使った記号列の研究 (形式言語理論)
- ③ Chomsky 階層 : 形式言語を生成する形式文法のクラスの包含階層 (1956 年)
  - 正規言語 < 文脈自由言語 < 文脈依存言語尾 < 帰納的可算言語
  - 言語の認識はオートマトン (自動機械) によってなされる



- 言語 ≡ 文法 ≡ 機械
  - 正規言語は有限オートマトンで、帰納的可算言語は Turing 機械で受理される。
  - 言語機械の性能 : 有限オートマトン << Turing 機械

# 一般言語の定義

- **文字列**：アルファベットに属する文字の並び
  - **言語**：文字列の集合
  - 一般には、(可算)無限に列挙できる
    - 言語文法の再帰性：私 → お腹の空いた私 → 眠くてお腹の空いた私
  - 言語とは、単語の全てとその文法規則全体
    - 自然言語では、その提示自体が莫大になる
    - 人工言語なら比較的容易
      - 0 と 1 から文字列で 1 が連続して 2 つ続かない文字列全体
- $$\{0, 1, 00, 01, 10, 000, 001, 010, 100, 101, \dots\}$$
- 言語とは、あるヒト(機械)が理解(受理)できる言葉全体
    - 私はいつも勤勉に勉強する
    - x は勉私い勤つ強も勉すにる



## 講義を通じて問いかけてもらいたいこと

- ① ヒトの言語能力の理解
  - 言語獲得としての認知科学
  - Chomsky の普遍文法（生成文法）の周辺
- ② 計算することとは何か？
  - Turing 機械 ⇒ 言語機械
- ③ 言語情報処理とその応用
- ④ 論理の不完全さ
  - 知に限界（終わり）があるのか？