

自販機的设计

$A = \{10\text{¥}, 50\text{¥}, 100\text{¥}\}$

入力語 :

A 上の文字列 (コイン列)

言語 : 「合計

100 円以上」 (お釣りなし)

機械の機

能 : 入力文字列が言語に属
するかを認識 (受理) する

No:

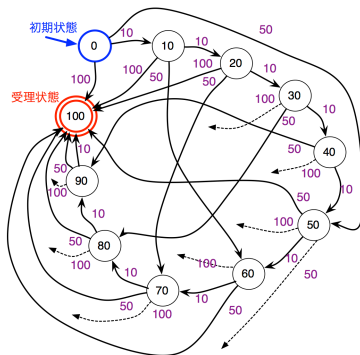
$w = 10 : 10 : 50,$

$w = 10 : 10 : 10 : 50 : 10$

Yes:

$w = 10 : 10 : 10 : 50 : 10 : 10,$

$w = 10 : 10 : 50 : 100$



機械の内部状態とその状態遷移

内部状態

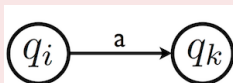
機械 (オートマトン) には内部状態 (state) がある

機械に (原則) 1文字入力する度に**状態遷移** (transit) する

状態遷移関数

状態 q_i のとき文字 a が入力されると状態 q_k に遷移するとき

$$\delta(q_i, a) = q_k$$



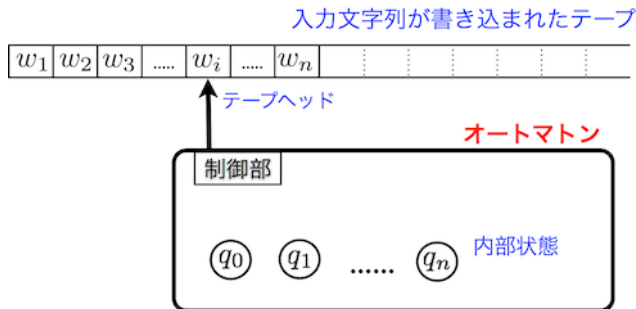
有限オートマトンの一般構造

有限オートマトン (Finite Automaton) の部品

文字テープ、ヘッド、機械本体

入力文字列 w を順に $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$ としたとき、左から書いて

$$w = w_1 w_2 w_3 \dots w_n$$



FA の例 : \mathcal{L}_2

$\mathcal{L}_2 = \{w \mid w \text{ に含まれる } 1 \text{ の数が偶数} \}$

$\{\epsilon, 0, 00, \dots, 11, 011, 101, 110, \dots$

$1111, 0111, 10111, 11011, 11101, 11110, \dots \}$

$\mathcal{A} = \{0, 1\}$,

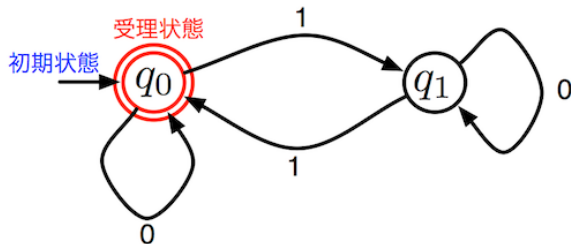
$Q = \{q_0, q_1\}$

開始状態: q_0

受理集合: $F = \{q_0\}$

状態遷移表

| | 0 | 1 |
|-------|-------|-------|
| q_0 | q_0 | q_1 |
| q_1 | q_1 | q_0 |



有限オートマトンの定義

有限オートマトン (FA) の定義

$$\text{FA} = (Q, \mathcal{A}, \delta, q_0, F)$$

- 入力アルファベット \mathcal{A}
- 内部状態の有限集合 $Q = \{q_0, q_1, \dots, q_n\}$
- 状態遷移関数 $\delta : Q \times \mathcal{A} \rightarrow Q$
- 開始状態 $q_0 \in Q$ (\rightarrow でポイント)
- 受理状態集合 $F \subset Q$

FA の計算状況表示 (x, q, y)

$$q \in Q, \quad x, y \in \mathcal{A}^*$$

入力文字列 $w = xy$

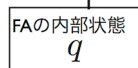
x : 既読文字列

q : x を読んだ時点の状態

y : 未読文字列

入力文字列 $w = xy$ に対して

$x_1 \dots x_m y_1 \dots y_n$



FA の例 : \mathcal{L}_1

$\mathcal{L}_1 = \{w \mid w \text{ は } 1 \text{ で始まり } 0 \text{ で終わる}\}$

$\{10, 100, 110, 1000, 1010, 1100, 1110, \dots\}$

$\mathcal{A} = \{0, 1\}$,

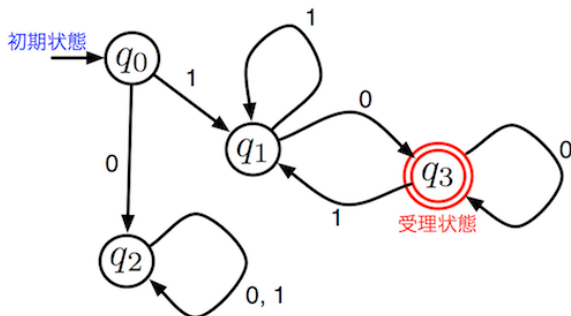
$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$

開始状態: q_0

受理集合: $F = \{q_3\}$

状態遷移表

| | 0 | 1 |
|-------|-------|-------|
| q_0 | q_2 | q_1 |
| q_1 | q_3 | q_1 |
| q_2 | q_2 | q_2 |
| q_3 | q_3 | q_1 |



FA の例 : \mathcal{L}_3

$\mathcal{L}_3 = \{w \mid w \text{ には } 1 \text{ の次の続けて } 1 \text{ が現れない}\}$

$\{\varepsilon, 0, 1, 01, 10, 000, 001, 010, 100, 101, 0000, \dots\}$

$\mathcal{A} = \{0, 1\}$,

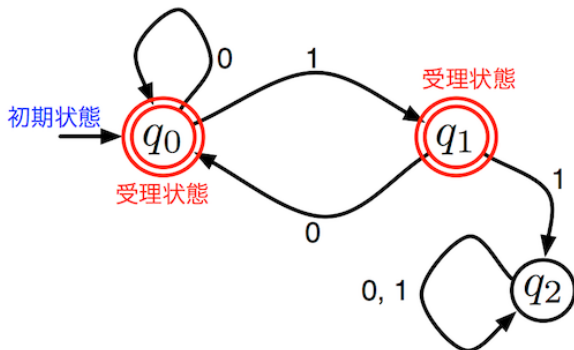
$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$

開始状態: q_0

受理集合: $F = \{q_0, q_1\}$

状態遷移表

| | 0 | 1 |
|-------|-------|-------|
| q_0 | q_0 | q_1 |
| q_1 | q_0 | q_2 |
| q_2 | q_2 | q_2 |



機械 M で定義される正則言語

定義

集合 \mathcal{W} を

$$\mathcal{W} = \{w \mid w \text{ は機械 } M \text{ で受理}\}$$

のとき、機械 M は言語 \mathcal{W} を**認識する** (recognizes language) という。

正則言語

ある有限オートマトンで認識される言語を**正規言語** (regular language) という