

希少な資源を有効利用

ミクロ経済学学生サポート I-1

英語と数学の最適勉強時間

以下，ページ番号 を押すと節のトップへ戻るので便利．

1 時間も資源 次の状況を想像しよう。

- 試験まであと4時間しかない, 大学生 A さん。
- 試験は英語と数学の両方。
- 全く勉強してない! 詰め込みで点数を Up したい。

1 時間も資源 次の状況を想像しよう。

- 試験まであと4時間しかない, 大学生 A さん。
- 試験は英語と数学の両方。
- 全く勉強してない! 詰め込みで点数を Up したい。

1 時間勉強すると,

- 英語はちょうど10点 up する。
- 数学はちょうど5点 up する。
- 点数と勉強時間は比例配分と仮定する。つまり…

勉強時間		点数	
英語	数学	英語	数学
4 時間	0 時間	40 点	0 点
2 時間	2 時間	20 点	10 点
0 時間	4 時間	0 点	20 点

小数も OK とする．例えば，

英語 0.5 時間・数学 3.5 時間で，5 点 ・ 17.5 点 ． さらに，

勉強時間		点数	
英語	数学	英語	数学
4 時間	0 時間	40 点	0 点
2 時間	2 時間	20 点	10 点
0 時間	4 時間	0 点	20 点

小数も OK とする．例えば，

英語 0.5 時間・数学 3.5 時間で，5 点 ・ 17.5 点 ． さらに，

- A さんのお父さんが特別に賞金をくれる．
- 1 点あたり，英語 200 円・数学 600 円．
- 数学が高いのは，数学が点数取りにくいいため．

勉強時間		点数	
英語	数学	英語	数学
4 時間	0 時間	40 点	0 点
2 時間	2 時間	20 点	10 点
0 時間	4 時間	0 点	20 点

小数も OK とする．例えば，

英語 0.5 時間・数学 3.5 時間で，5 点 ・ 17.5 点 ． さらに，

- A さんのお父さんが特別に賞金をくれる．
- 1 点あたり，英語 200 円・数学 600 円．
- 数学が高いのは，数学が点数取りにくいいため．

A さんの目的 収入最大化．さて，勉強時間配分はどうする？

2 解 . 方法

文字で表してグラフによって求めよう .

2 解 . 方法

文字で表してグラフによって求めよう .

科目	勉強時間	取れる点	1 時間で
英語	E	x	10 点
数学	M	y	5 点

2 解 . 方法

文字で表してグラフによって求めよう .

科目	勉強時間	取れる点	1 時間で	よって
英語	E	x	10 点	$x = 10E$
数学	M	y	5 点	$y = 5M$

勉強時間は $E + M \leq 4$ だから , 結局

2 解 . 方法

文字で表してグラフによって求めよう .

科目	勉強時間	取れる点	1 時間で	よって
英語	E	x	10 点	$x = 10E$
数学	M	y	5 点	$y = 5M$

勉強時間は $E + M \leq 4$ だから , 結局

$$\frac{x}{10} + \frac{y}{5} \leq 4$$

2 解 . 方法

文字で表してグラフによって求めよう .

科目	勉強時間	取れる点	1 時間で	よって
英語	E	x	10 点	$x = 10E$
数学	M	y	5 点	$y = 5M$

勉強時間は $E + M \leq 4$ だから , 結局

$$\frac{x}{10} + \frac{y}{5} \leq 4$$

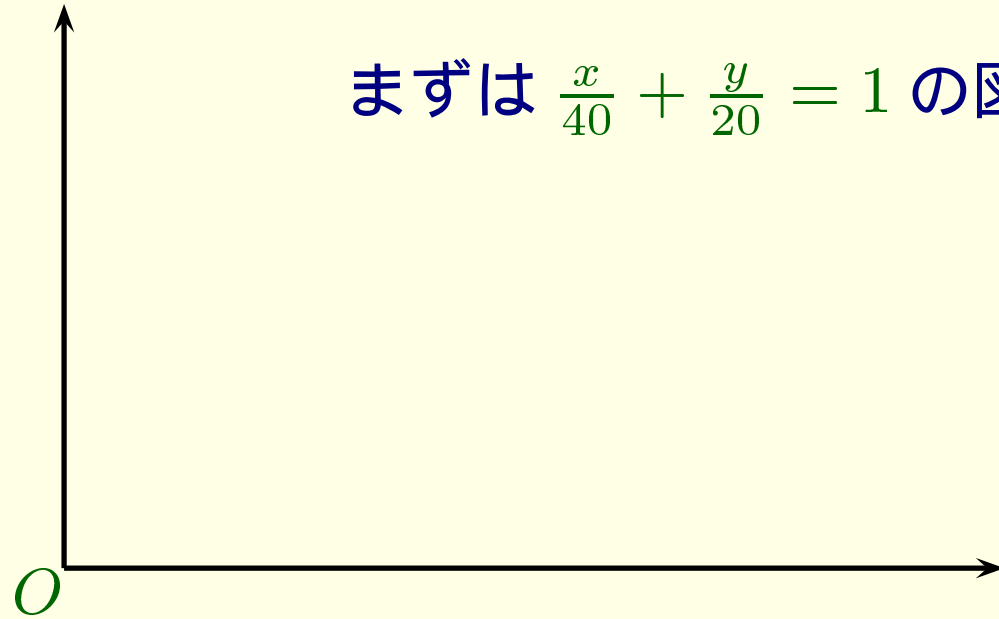
ちょっと変形して

$$\iff \frac{x}{40} + \frac{y}{20} \leq 1$$

この図を考えよう .

3 図示する (1):取りうる点数

数学 y 点



英語 x 点

3 図示する (1):取りうる点数

数学 y 点

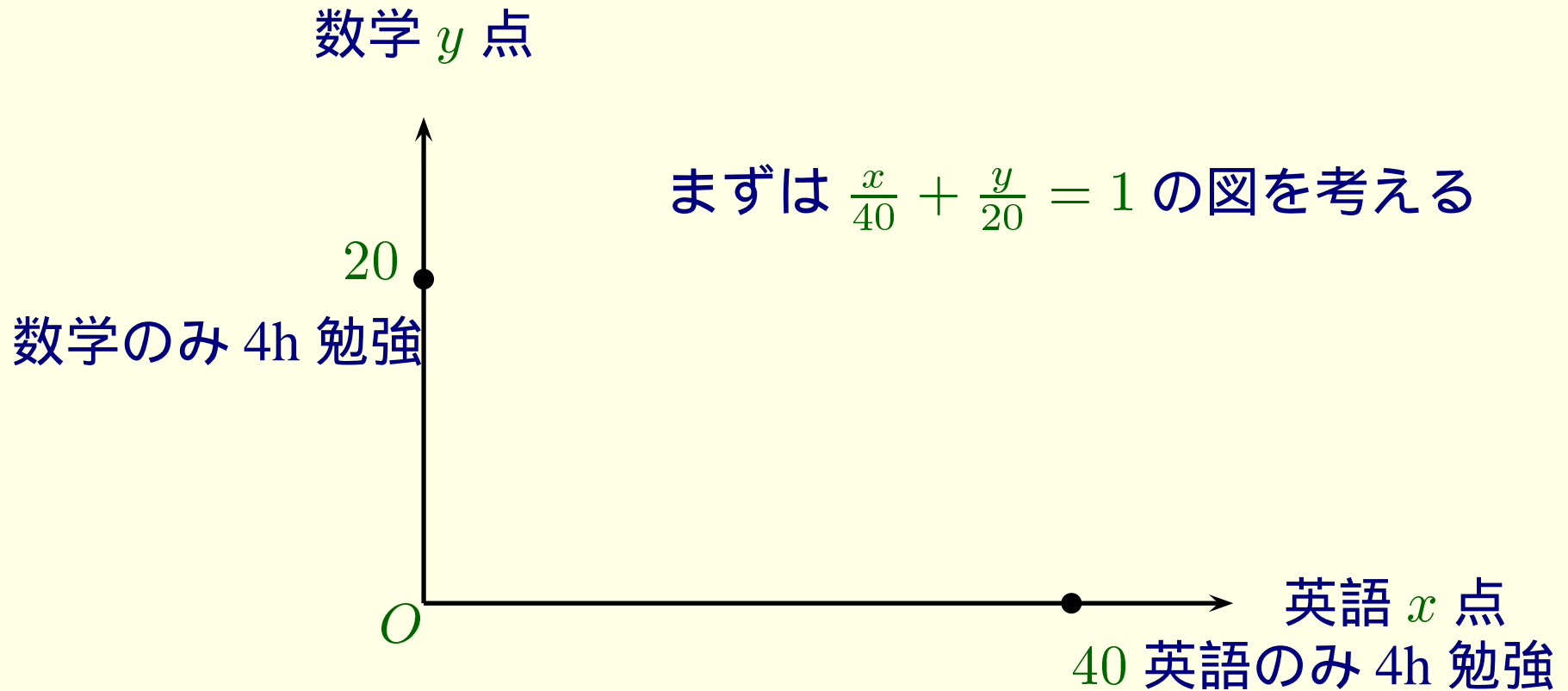


まずは $\frac{x}{40} + \frac{y}{20} = 1$ の図を考える

英語 x 点

40 英語のみ 4h 勉強

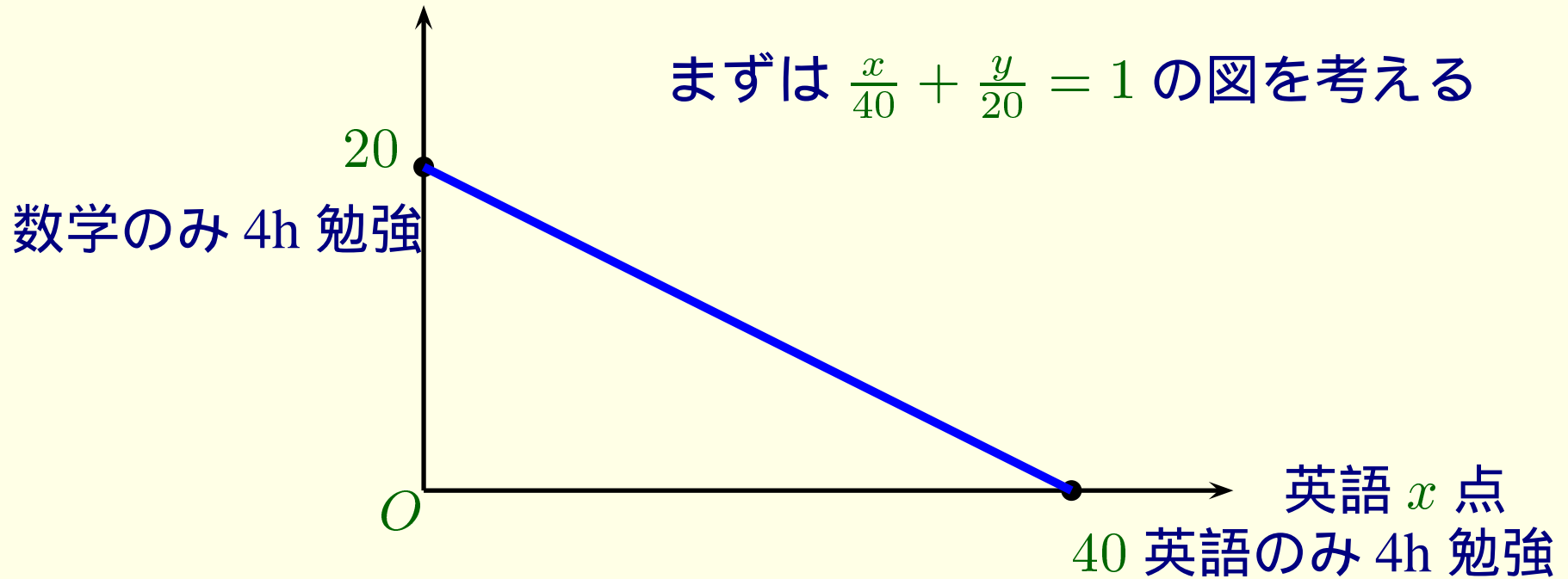
3 図示する (1):取りうる点数



3 図示する (1):取りうる点数

数学 y 点

まずは $\frac{x}{40} + \frac{y}{20} = 1$ の図を考える

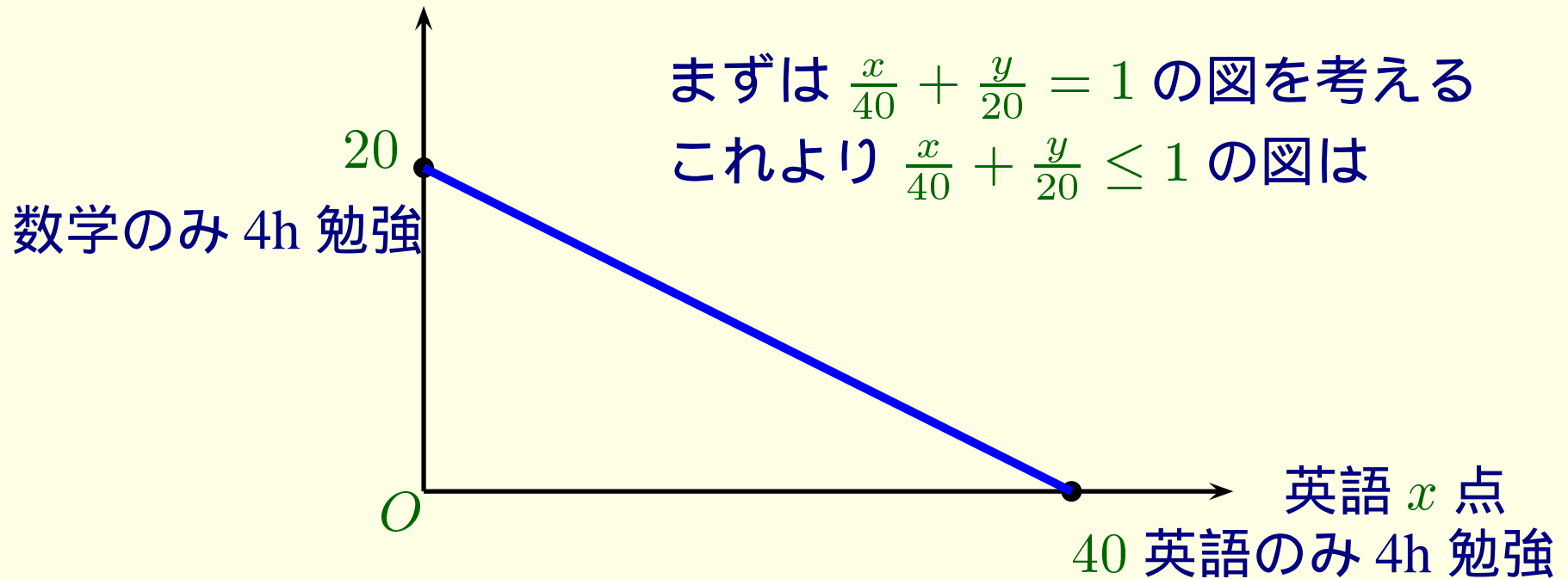


直線で結ぶと 4 時間フルに勉強した結果の式 $\frac{x}{40} + \frac{y}{20} = 1$

3 図示する (1):取りうる点数

数学 y 点

まずは $\frac{x}{40} + \frac{y}{20} = 1$ の図を考える
これより $\frac{x}{40} + \frac{y}{20} \leq 1$ の図は

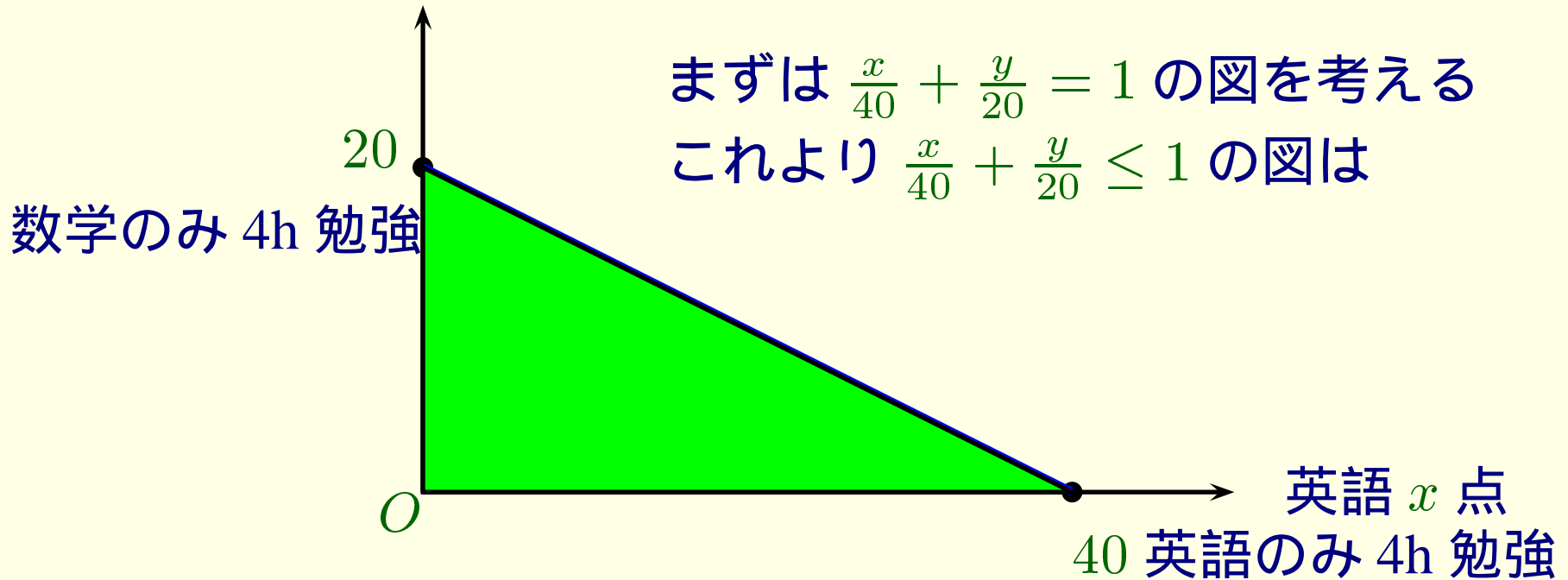


直線で結ぶと 4 時間フルに勉強した結果の式 $\frac{x}{40} + \frac{y}{20} = 1$

3 図示する (1):取りうる点数

数学 y 点

まずは $\frac{x}{40} + \frac{y}{20} = 1$ の図を考える
これより $\frac{x}{40} + \frac{y}{20} \leq 1$ の図は

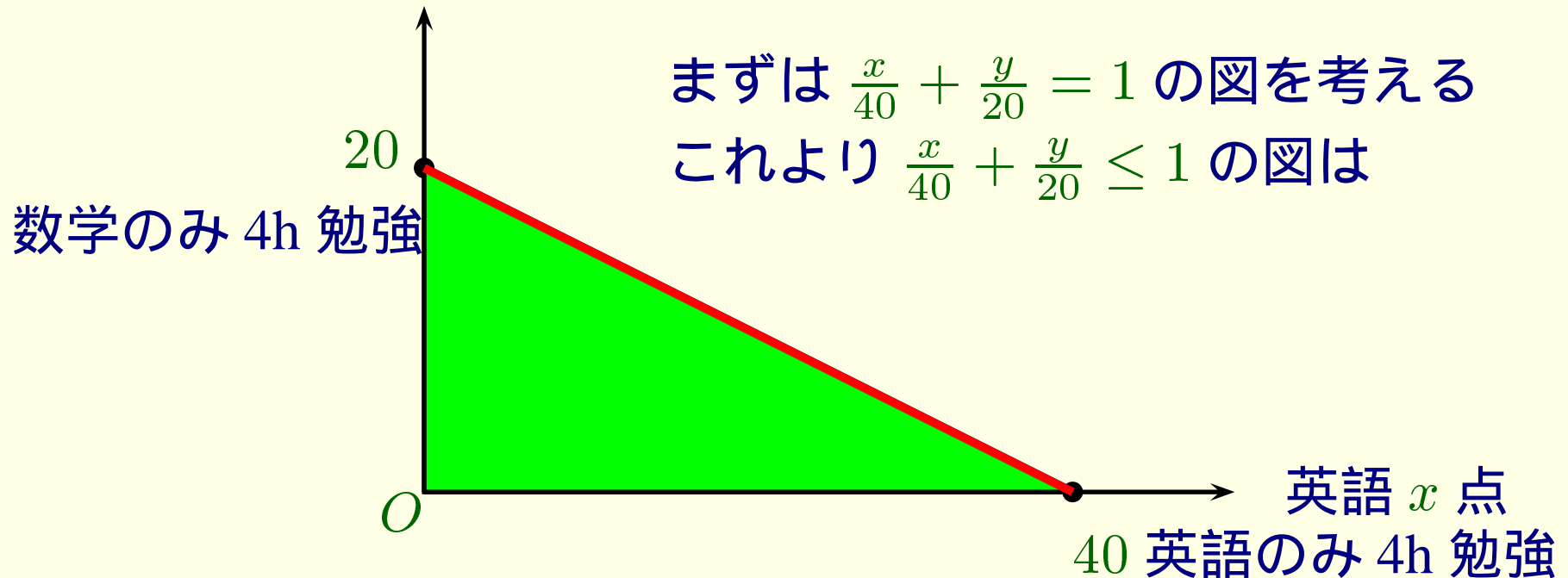


直線で結ぶと 4 時間フルに勉強した結果の式 $\frac{x}{40} + \frac{y}{20} = 1$
4 時間フルに勉強しないときも考えて, この範囲

3 図示する (1):取りうる点数

数学 y 点

まずは $\frac{x}{40} + \frac{y}{20} = 1$ の図を考える
これより $\frac{x}{40} + \frac{y}{20} \leq 1$ の図は

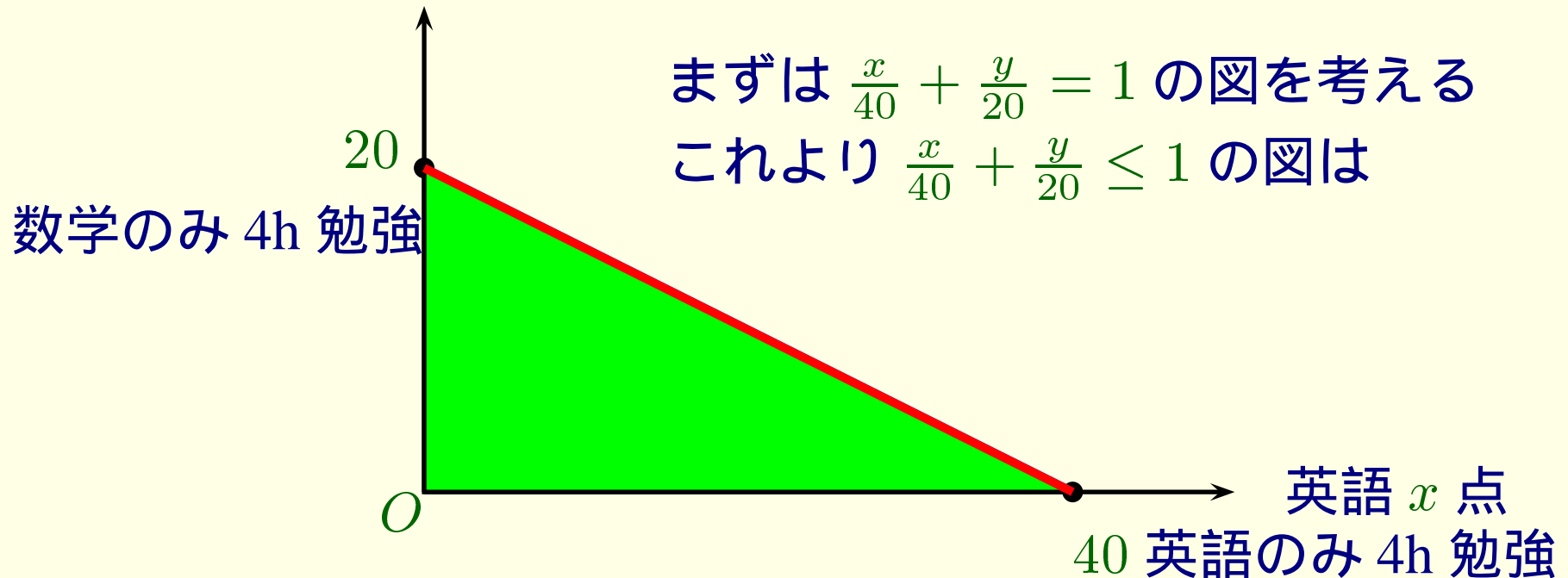


直線で結ぶと 4 時間フルに勉強した結果の式 $\frac{x}{40} + \frac{y}{20} = 1$
4 時間フルに勉強しないときも考えて, この範囲
でも大事なものは, この線分 $\frac{x}{40} + \frac{y}{20} = 1$ 上.

3 図示する (1):取りうる点数

数学 y 点

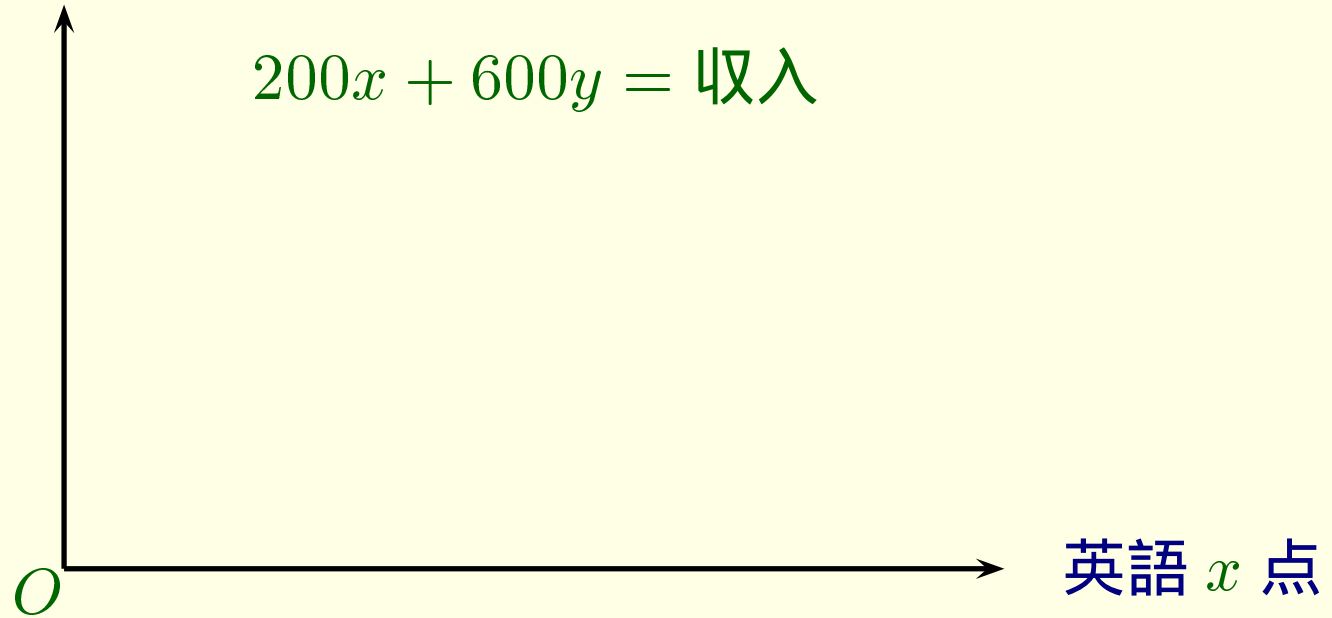
まずは $\frac{x}{40} + \frac{y}{20} = 1$ の図を考える
これより $\frac{x}{40} + \frac{y}{20} \leq 1$ の図は



直線で結ぶと 4 時間フルに勉強した結果の式 $\frac{x}{40} + \frac{y}{20} = 1$
4 時間フルに勉強しないときも考えて, この範囲
でも大事なものは, この線分 $\frac{x}{40} + \frac{y}{20} = 1$ 上.
次ページでは, 父親からの賞金を考えよう.

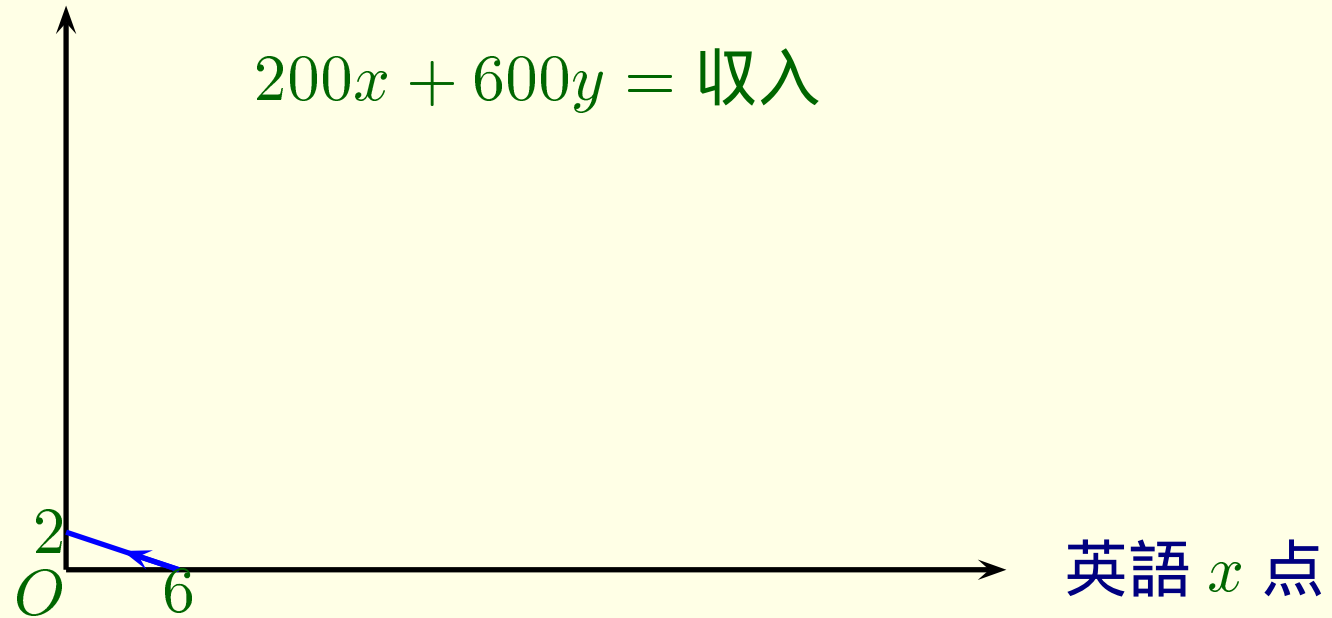
4 図示する (2):等収入曲線

数学 y 点



4 図示する (2):等収入曲線

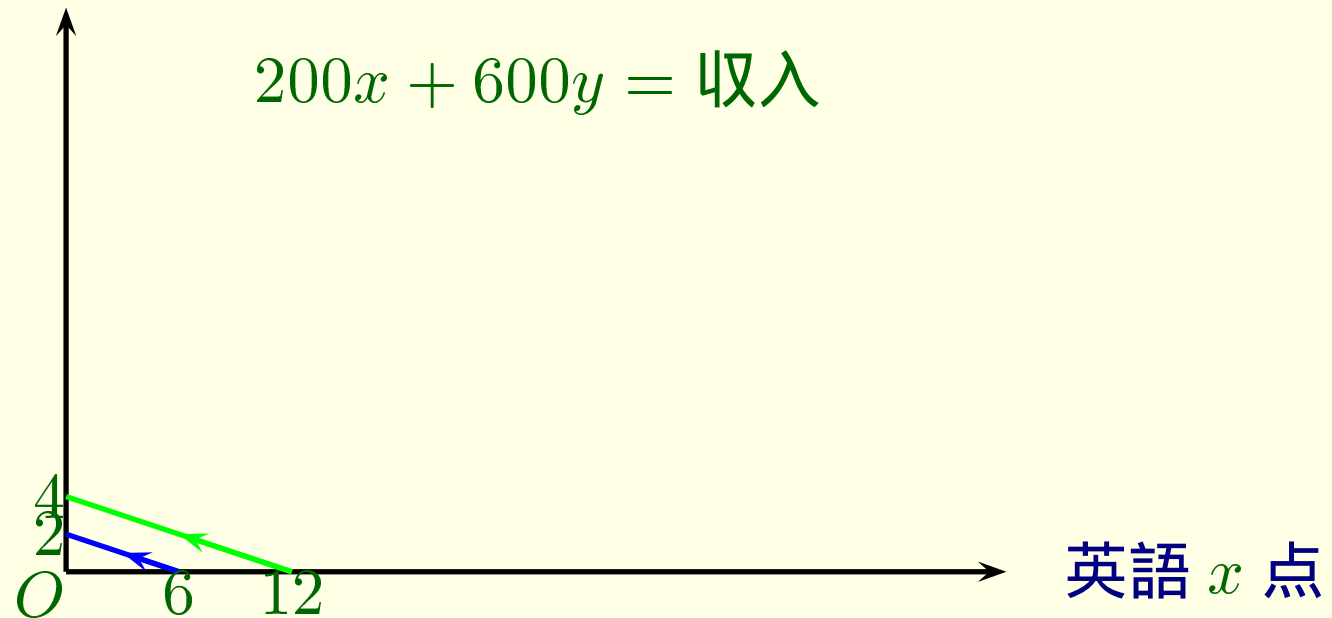
数学 y 点



例えば収入=1200 のときの (x, y) の組合せ
これを収入=1200 のときの等収入曲線という。

4 図示する (2):等収入曲線

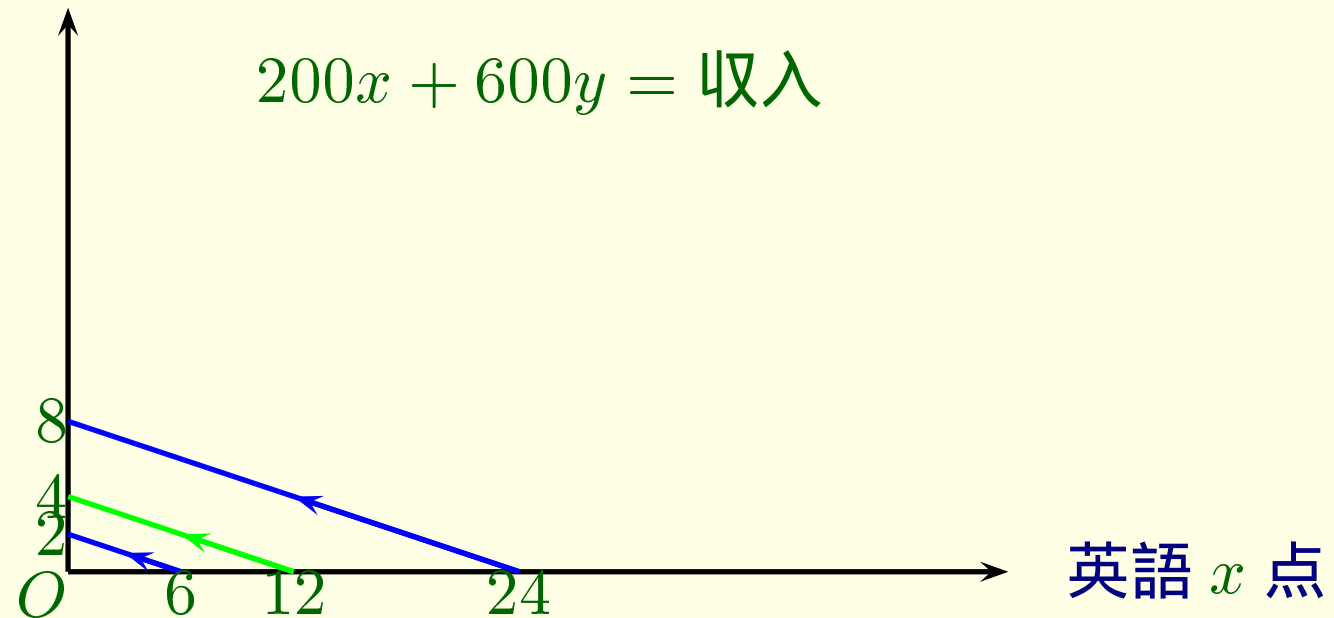
数学 y 点



例えば収入=1200 のときの (x, y) の組合せ
これを収入=1200 のときの等収入曲線という。
収入=2400 のときの等収入曲線は緑色。

4 図示する (2):等収入曲線

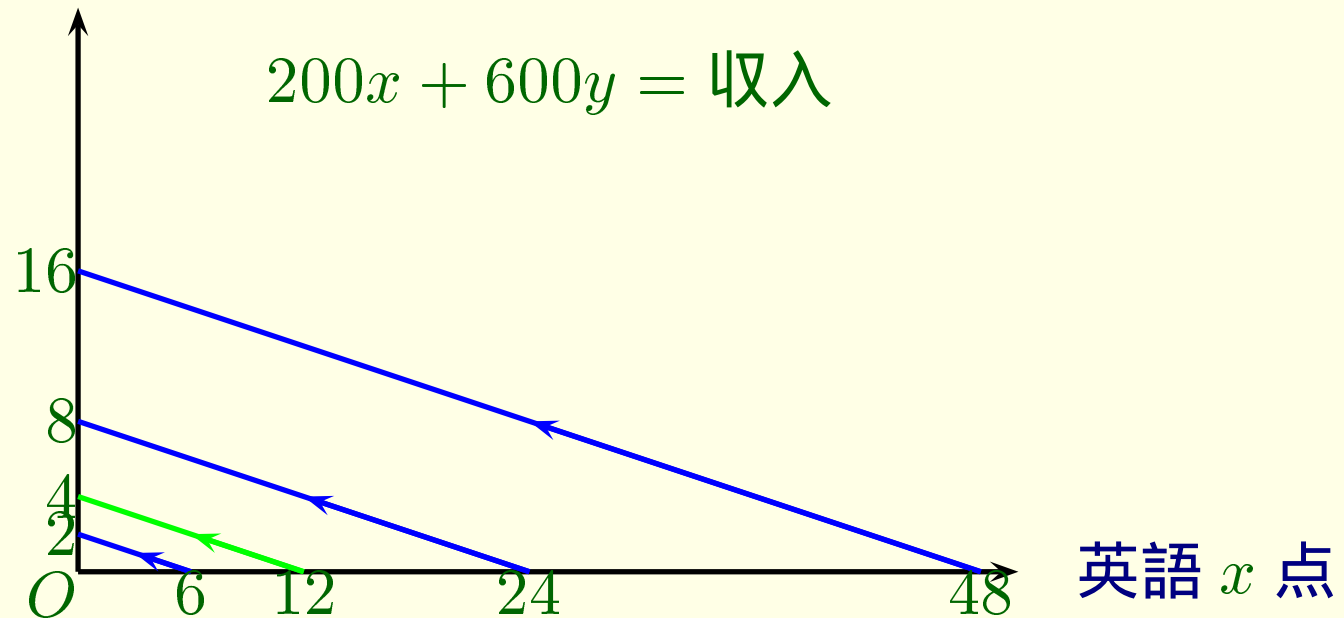
数学 y 点



例えば収入=1200 のときの (x, y) の組合せ
これを収入=1200 のときの等収入曲線という。
収入=2400 のときの等収入曲線は緑色。
等収入曲線は傾き $-1/3$ の直線であり、
収入を増やしていくと、等収入曲線は右上方シフトする。

4 図示する (2):等収入曲線

数学 y 点



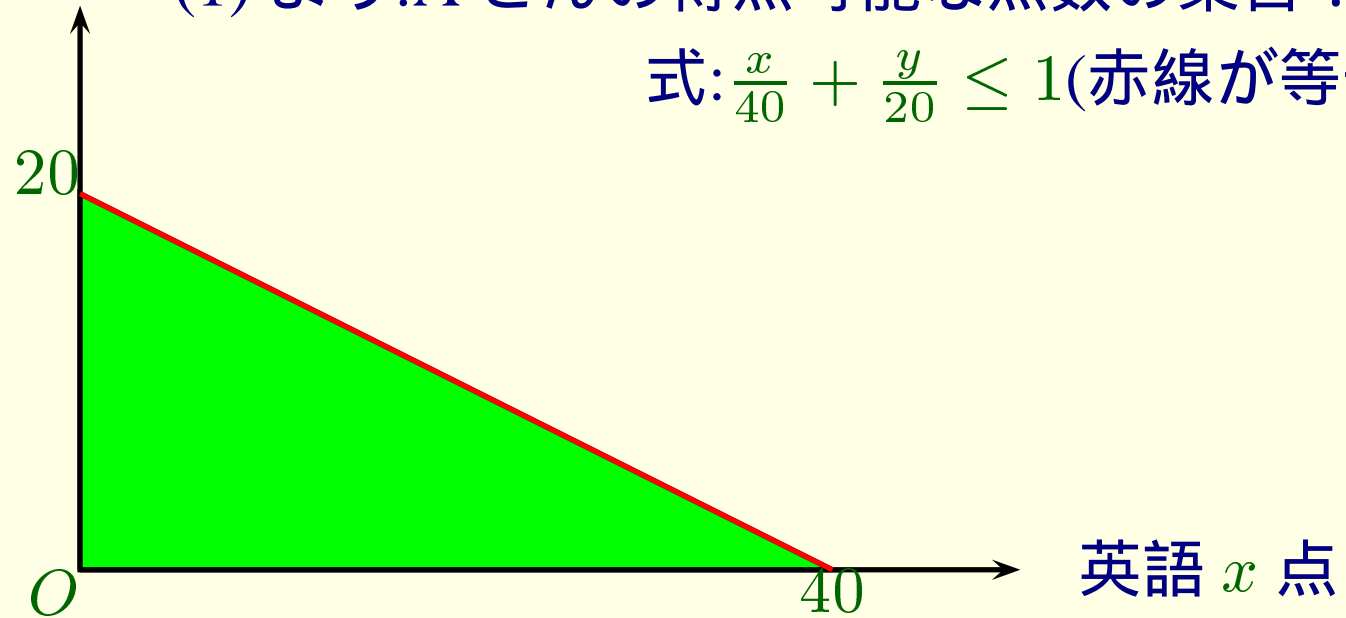
例えば収入=1200 のときの (x, y) の組合せ
これを収入=1200 のときの等収入曲線という。
収入=2400 のときの等収入曲線は緑色。
等収入曲線は傾き $-1/3$ の直線であり、
収入を増やしていくと、等収入曲線は右上方シフトする。

5 図示する (3): 答えを求める

数学 y 点

(1) より:A さんの得点可能な点数の集合 .

$$\text{式: } \frac{x}{40} + \frac{y}{20} \leq 1 \text{ (赤線が等号)}$$



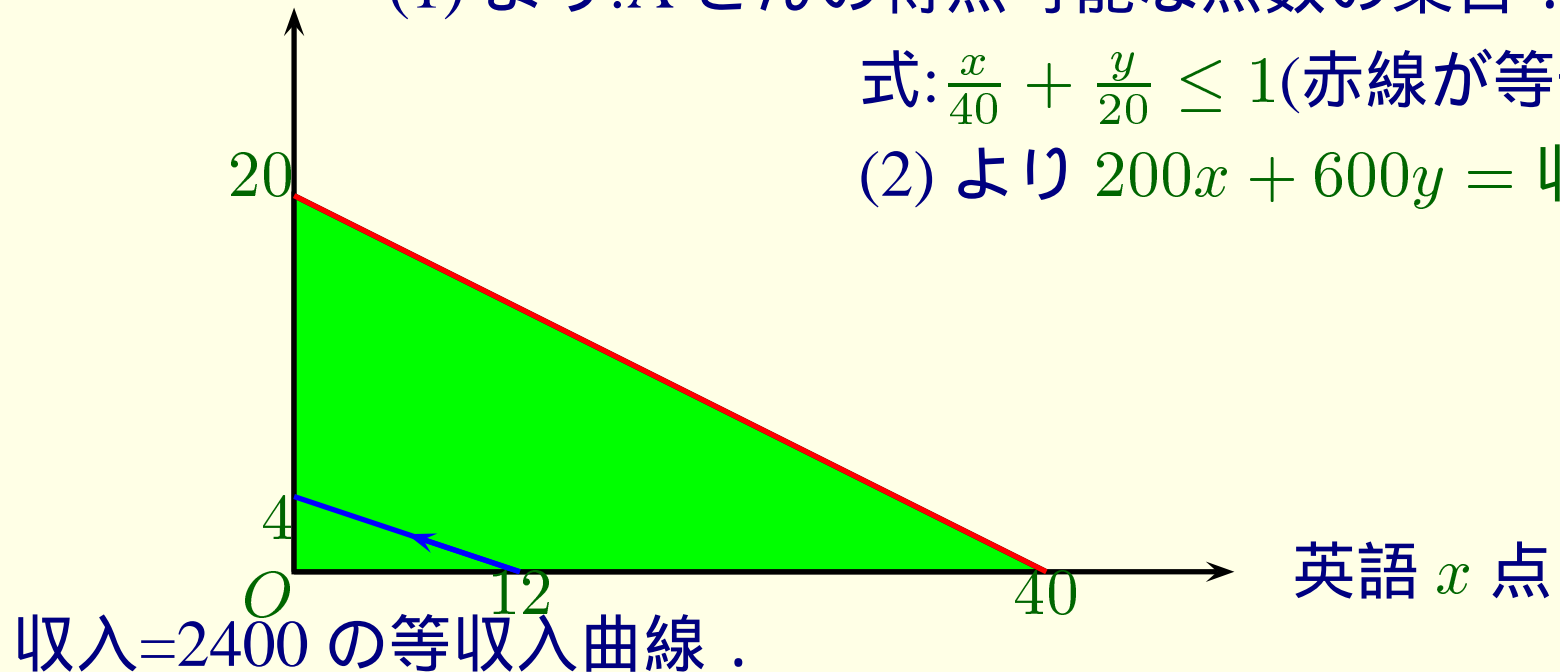
5 図示する (3): 答えを求める

数学 y 点

(1) より: A さんの得点可能な点数の集合 .

$$\text{式: } \frac{x}{40} + \frac{y}{20} \leq 1 \text{ (赤線が等号)}$$

$$\text{(2) より } 200x + 600y = \text{収入}$$



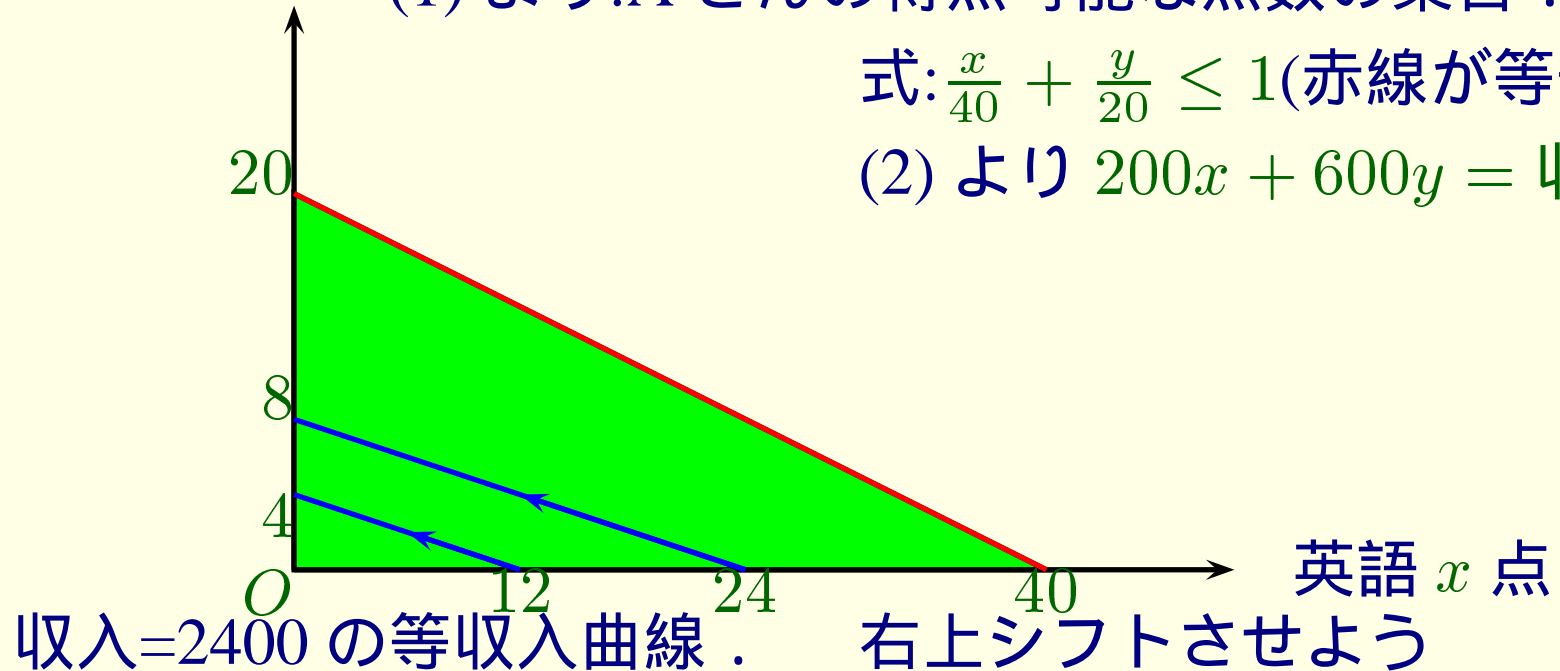
5 図示する (3): 答えを求める

数学 y 点

(1) より: A さんの得点可能な点数の集合 .

$$\text{式: } \frac{x}{40} + \frac{y}{20} \leq 1 \text{ (赤線が等号)}$$

$$\text{(2) より } 200x + 600y = \text{収入}$$



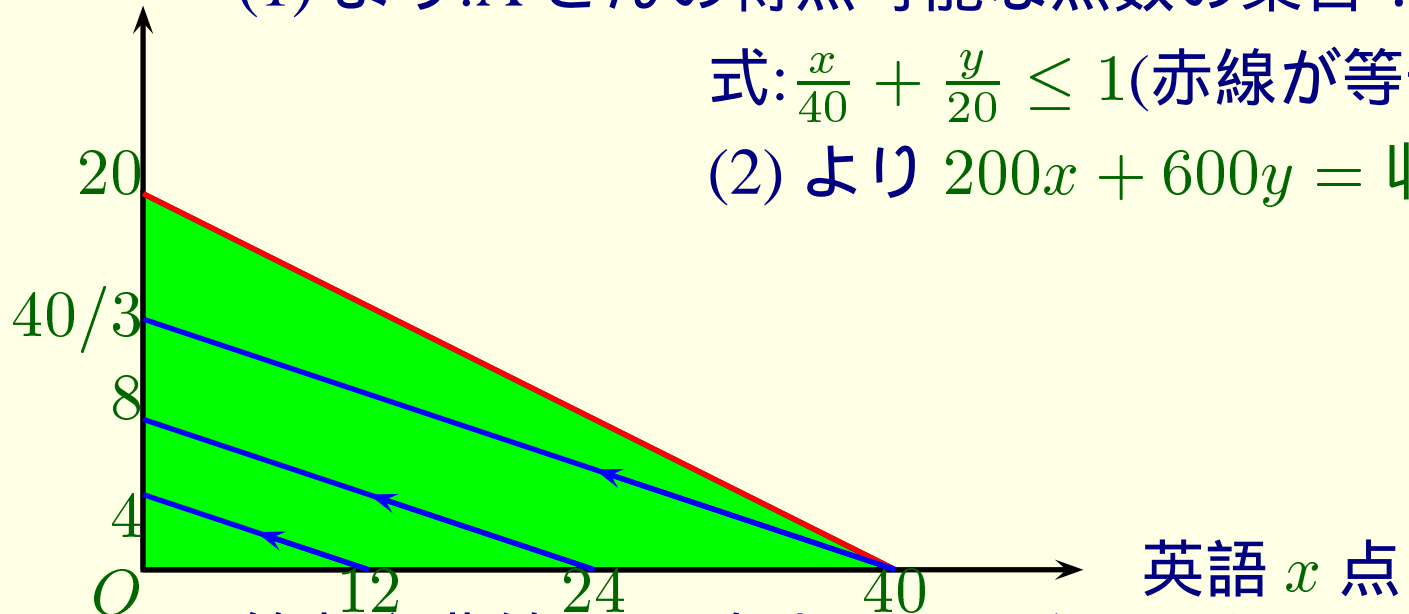
5 図示する (3): 答えを求める

数学 y 点

(1) より: A さんの得点可能な点数の集合 .

$$\text{式: } \frac{x}{40} + \frac{y}{20} \leq 1 \text{ (赤線が等号)}$$

$$\text{(2) より } 200x + 600y = \text{収入}$$



収入=2400 の等収入曲線 . 右上シフトさせよう

とりあえず x 軸の端にあたったが, まだ右上シフト可能 .

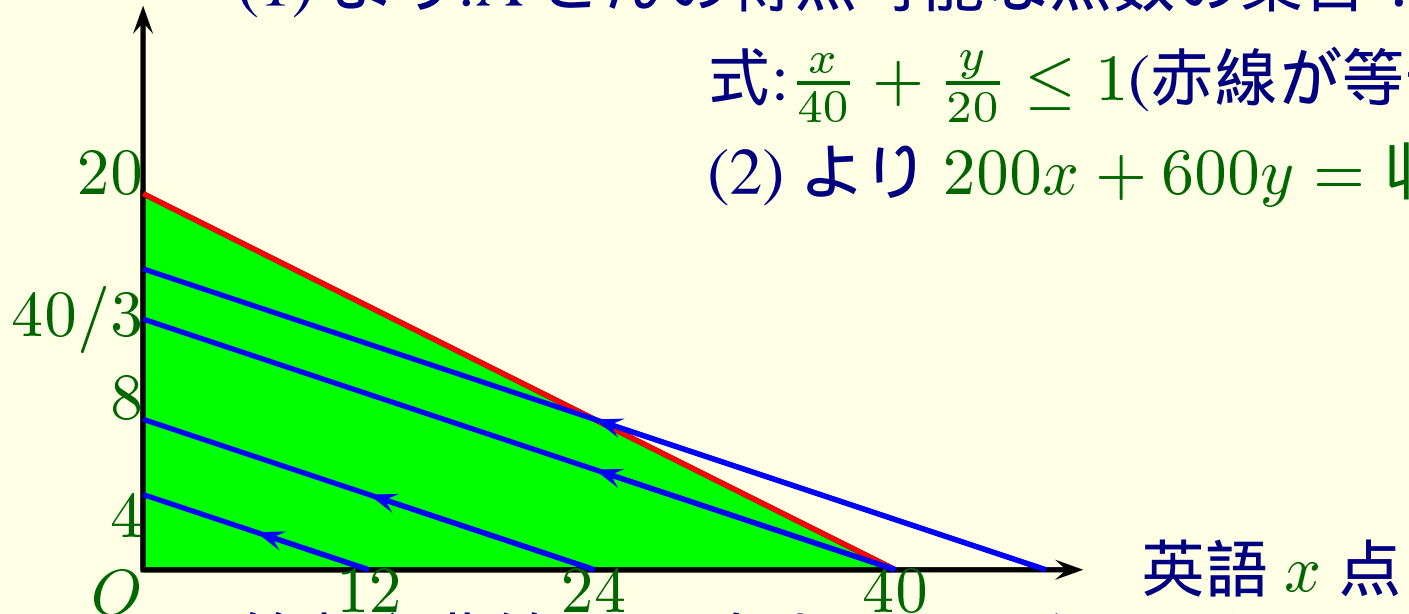
5 図示する (3): 答えを求める

数学 y 点

(1) より: A さんの得点可能な点数の集合 .

$$\text{式: } \frac{x}{40} + \frac{y}{20} \leq 1 \text{ (赤線が等号)}$$

$$\text{(2) より } 200x + 600y = \text{収入}$$



収入=2400 の等収入曲線 . 右上シフトさせよう

とりあえず x 軸の端にあたったが, まだ右上シフト可能 .

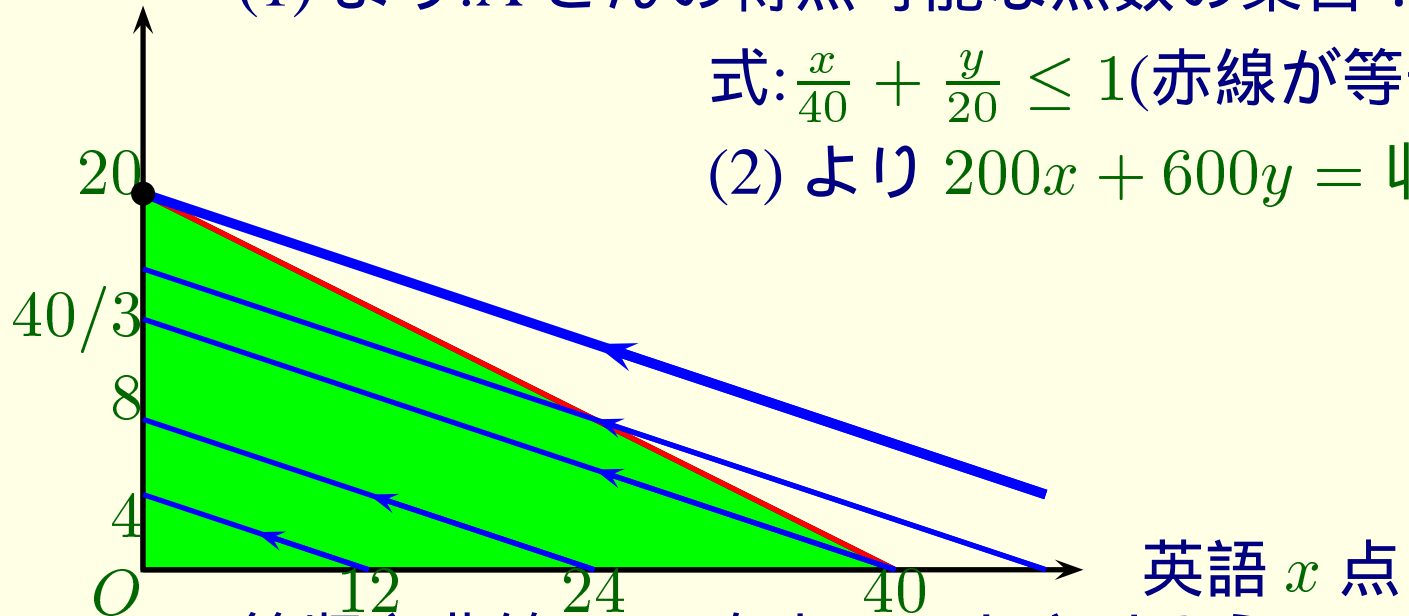
5 図示する (3): 答えを求める

数学 y 点

(1) より: A さんの得点可能な点数の集合 .

$$\text{式: } \frac{x}{40} + \frac{y}{20} \leq 1 \text{ (赤線が等号)}$$

$$\text{(2) より } 200x + 600y = \text{収入}$$



収入=2400 の等収入曲線 . 右上シフトさせよう

とりあえず x 軸の端にあたったが, まだ右上シフト可能 .

ここで y 軸の端にあたった: 青太線・収入=12000

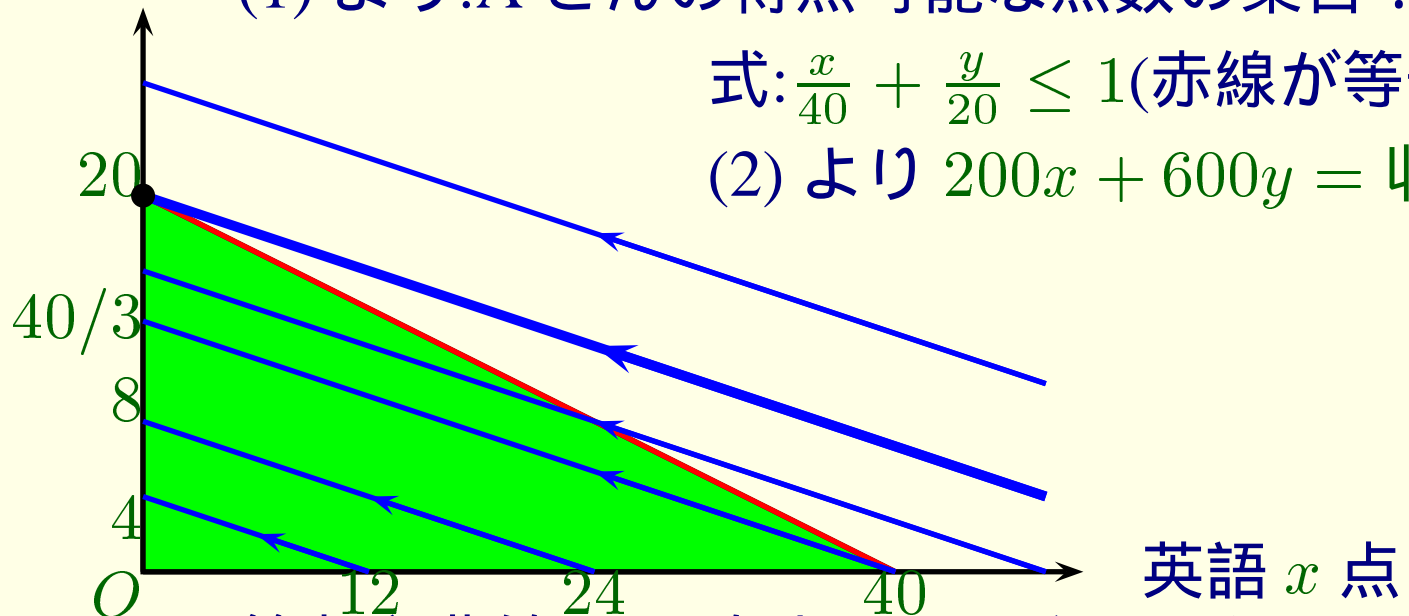
5 図示する (3): 答えを求める

数学 y 点

(1) より: A さんの得点可能な点数の集合 .

$$\text{式: } \frac{x}{40} + \frac{y}{20} \leq 1 \text{ (赤線が等号)}$$

$$\text{(2) より } 200x + 600y = \text{収入}$$



収入=2400 の等収入曲線 . 右上シフトさせよう

とりあえず x 軸の端にあたったが, まだ右上シフト可能 .

ここで y 軸の端にあたった: 青太線・収入=12000

もう右上シフトしても, 赤線と交わらない

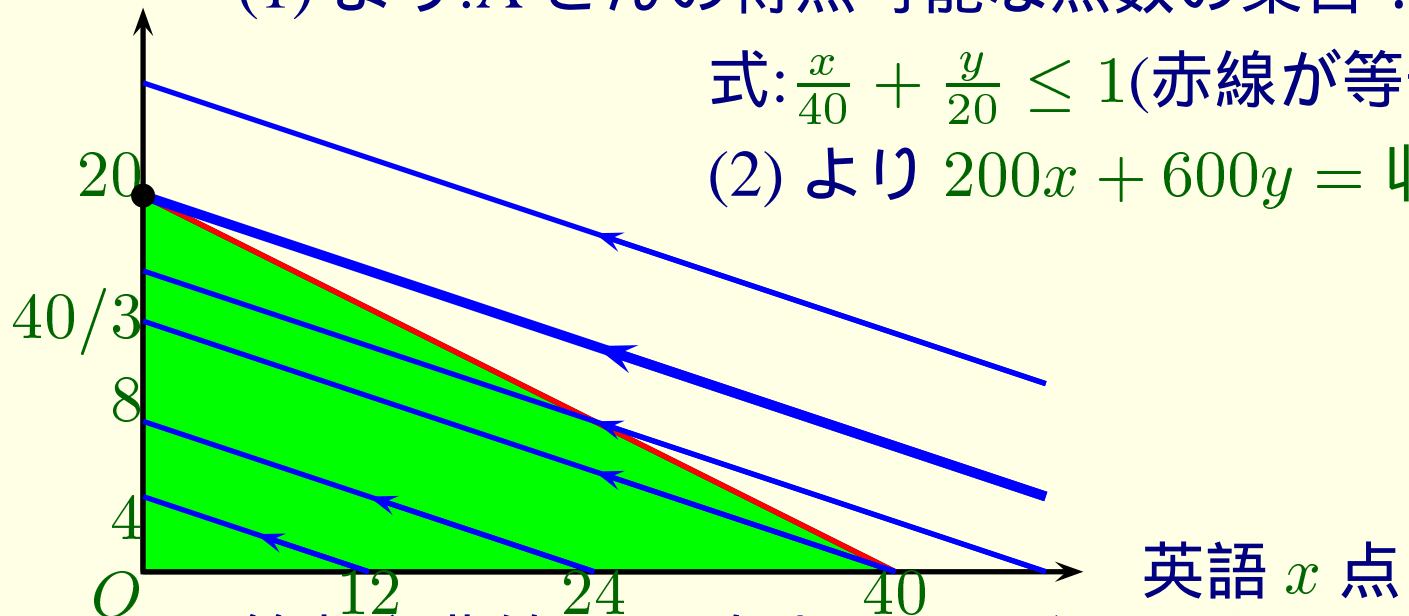
5 図示する (3): 答えを求める

数学 y 点

(1) より: A さんの得点可能な点数の集合 .

$$\text{式: } \frac{x}{40} + \frac{y}{20} \leq 1 \text{ (赤線が等号)}$$

$$\text{(2) より } 200x + 600y = \text{収入}$$



収入=2400 の等収入曲線 . 右上シフトさせよう

とりあえず x 軸の端にあたったが, まだ右上シフト可能 .

ここで y 軸の端にあたった: 青太線・収入=12000

もう右上シフトしても, 赤線と交わらない

黒点 $(0, 20)$ が最適点 \cdots 数学のみ 4 時間勉強することが最適 .

6 自分で考えてみよう

今の問題で，父親からの賞金を英語 p_1 円/点・数学 p_2 円/点とする．

Aさんの最適な勉強時間の配分は，

6 自分で考えてみよう

今の問題で，父親からの賞金を英語 p_1 円/点・数学 p_2 円/点とする．

A さんの最適な勉強時間の配分は，

$\frac{p_1}{p_2} < \frac{1}{2} \implies$ 数学のみ 4 時間勉強する

$\frac{p_1}{p_2} > \frac{1}{2} \implies$ 英語のみ 4 時間勉強する

$\frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{2} \implies$ 英数の内容は問わない．ともかく 4 時間勉強する

となる．なぜか?．またそれぞれの行動を，経済学的に

勉強時間を投入して，英語や数学の点数を生産している

と考えると，以下のように言う．

6 自分で考えてみよう

今の問題で，父親からの賞金を英語 p_1 円/点・数学 p_2 円/点とする．

A さんの最適な勉強時間の配分は，

$\frac{p_1}{p_2} < \frac{1}{2} \implies$ 数学のみ 4 時間勉強する

$\frac{p_1}{p_2} > \frac{1}{2} \implies$ 英語のみ 4 時間勉強する

$\frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{2} \implies$ 英数の内容は問わない．ともかく 4 時間勉強する

となる．なぜか?．またそれぞれの行動を，経済学的に

勉強時間を投入して，英語や数学の点数を生産している

と考えると，以下のように言う．

「数学 (の点数) の生産に特化する」

「英語 (の点数) の生産に特化する」

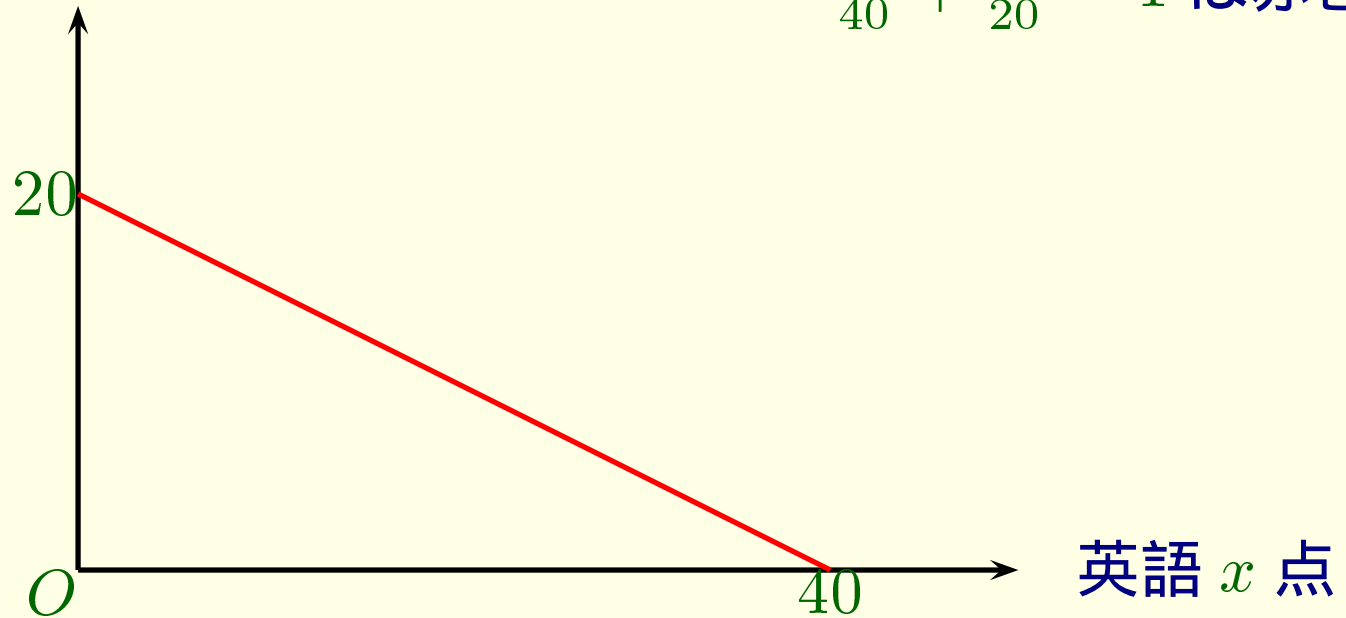
「どちらにも特化しない」(または不完全特化) 次ページ

7 不完全特化になる理由

数学 y 点

4 時間フルに勉強したときの組合せ

$$\frac{x}{40} + \frac{y}{20} = 1 \text{ は赤色}$$



7 不完全特化になる理由

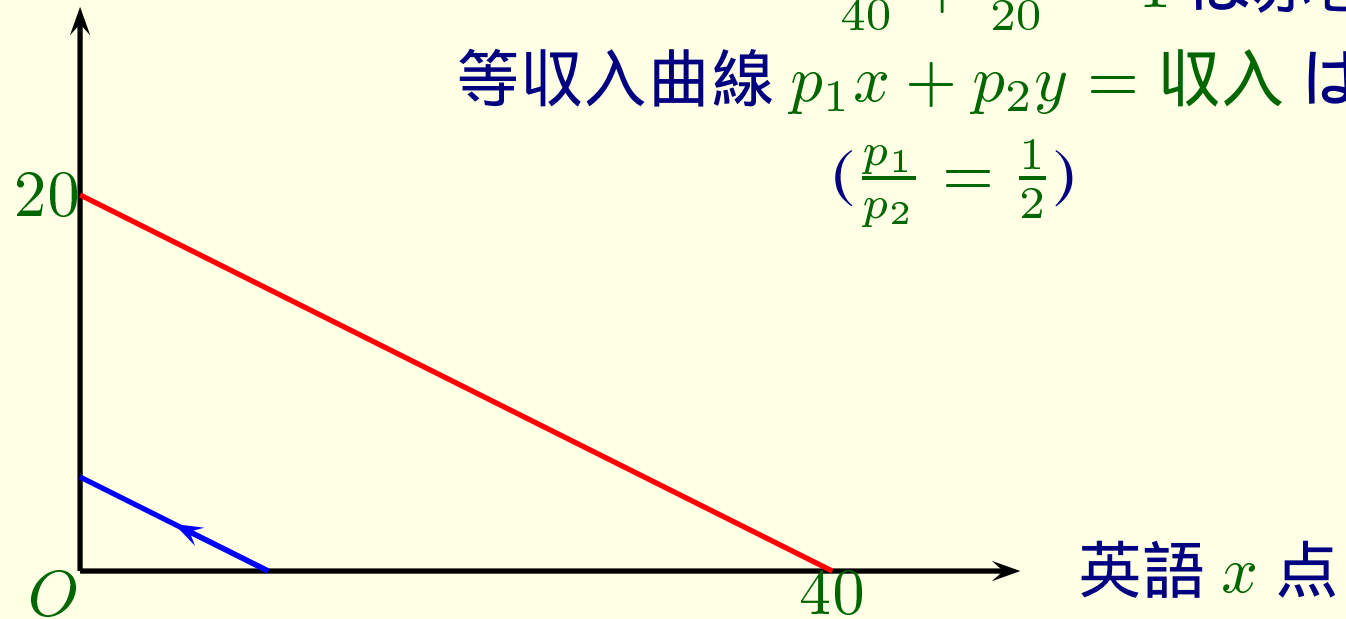
数学 y 点

4 時間フルに勉強したときの組合せ

$$\frac{x}{40} + \frac{y}{20} = 1 \text{ は赤色}$$

等収入曲線 $p_1x + p_2y = \text{収入}$ は青色

$$\left(\frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{2}\right)$$



7 不完全特化になる理由

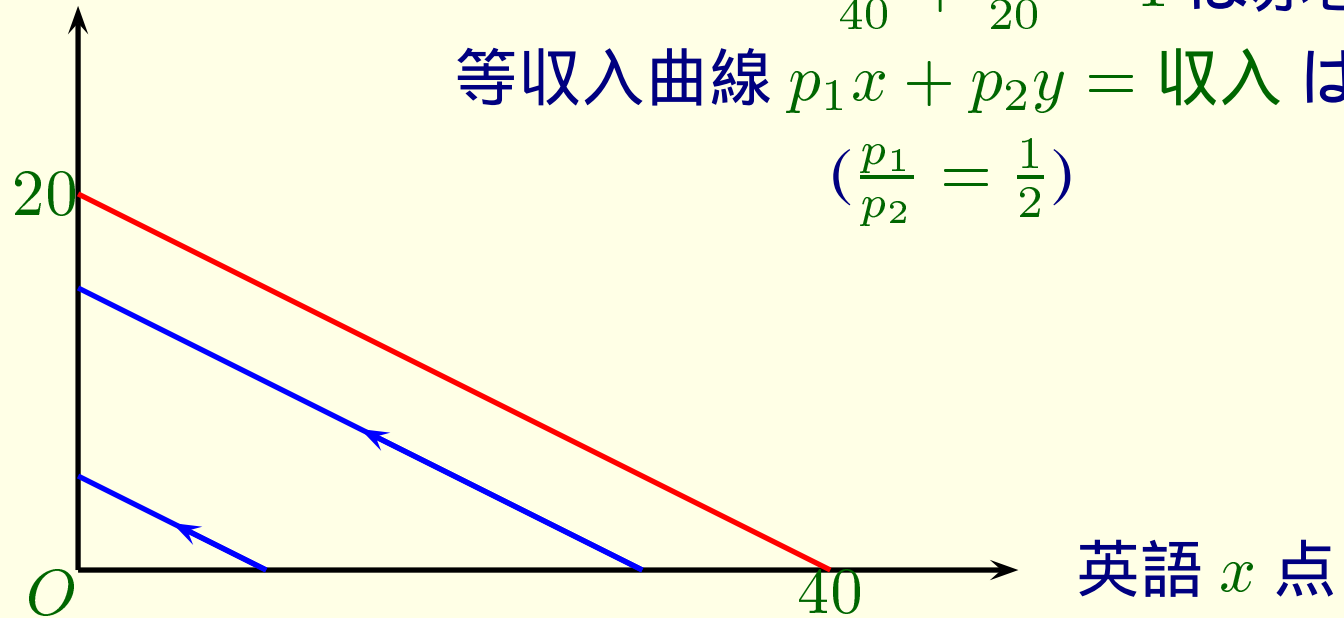
数学 y 点

4 時間フルに勉強したときの組合せ

$$\frac{x}{40} + \frac{y}{20} = 1 \text{ は赤色}$$

等収入曲線 $p_1x + p_2y = \text{収入}$ は青色

$$\left(\frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{2}\right)$$



どんどん等収入曲線を右上シフトさせると、

7 不完全特化になる理由

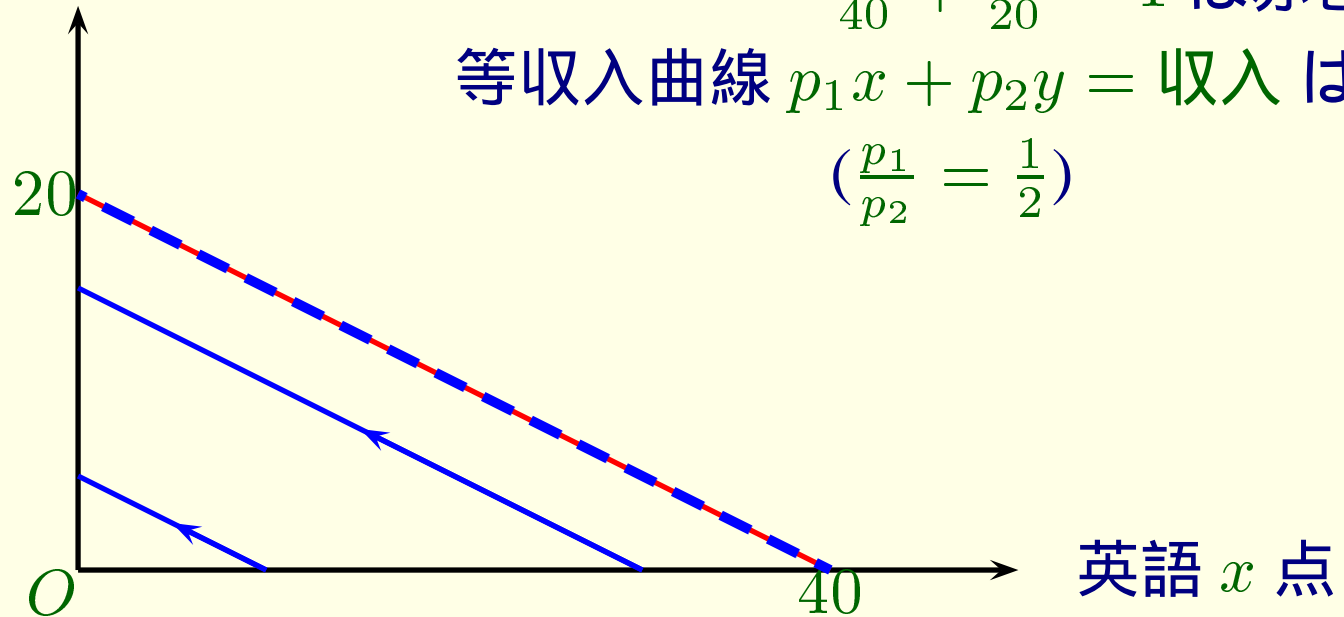
数学 y 点

4 時間フルに勉強したときの組合せ

$$\frac{x}{40} + \frac{y}{20} = 1 \text{ は赤色}$$

等収入曲線 $p_1x + p_2y = \text{収入}$ は青色

$$\left(\frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{2}\right)$$



どんどん等収入曲線を右上シフトさせると、
ここで、赤線と一致し、

7 不完全特化になる理由

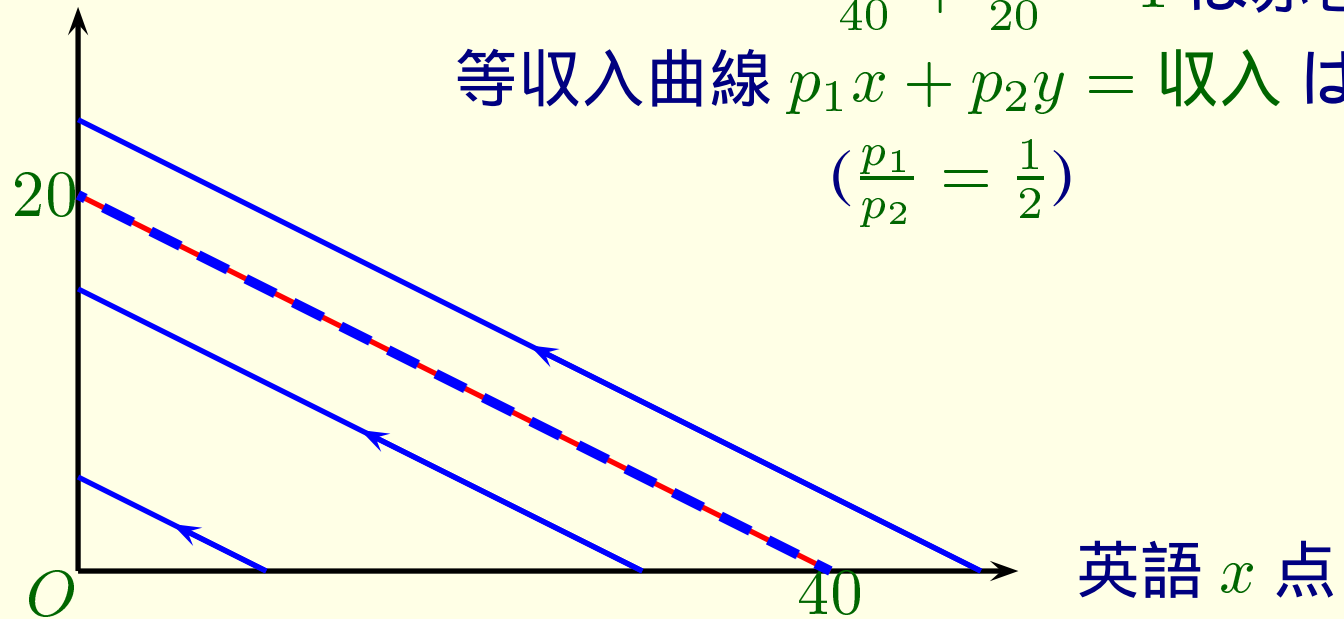
数学 y 点

4 時間フルに勉強したときの組合せ

$$\frac{x}{40} + \frac{y}{20} = 1 \text{ は赤色}$$

等収入曲線 $p_1x + p_2y = \text{収入}$ は青色

$$\left(\frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{2}\right)$$



どんどん等収入曲線を右上シフトさせると、
ここで、赤線と一致し、
もう右上シフトしても、赤線と交わらない

7 不完全特化になる理由

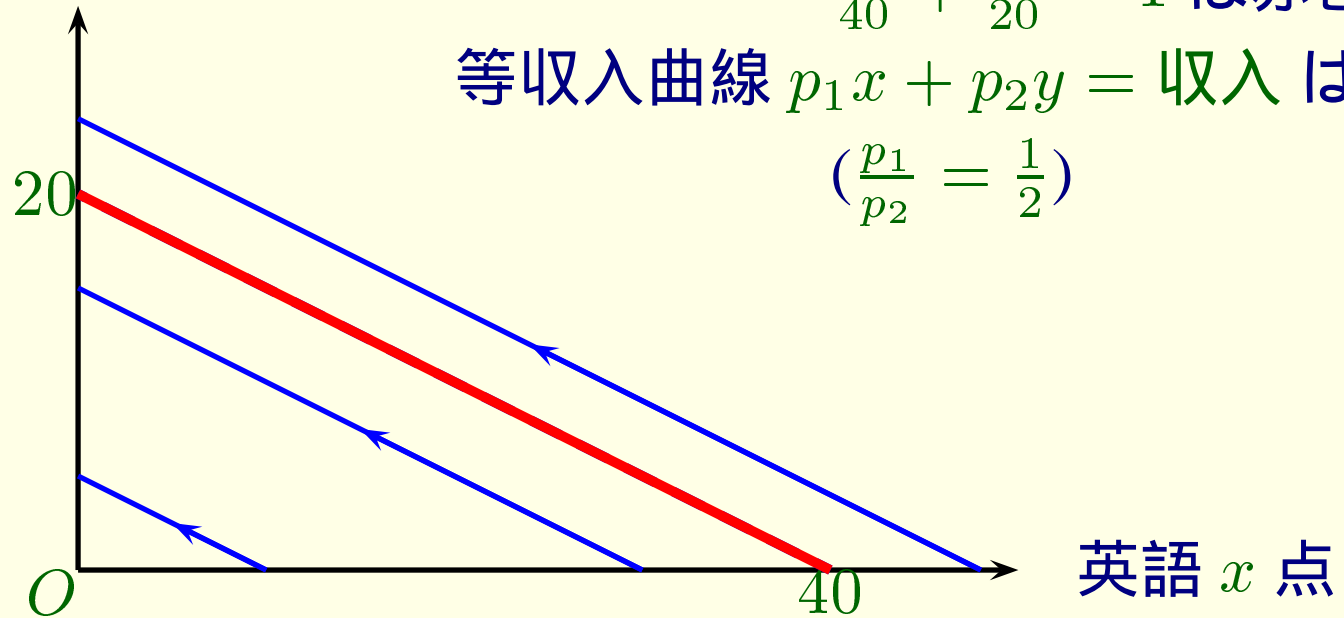
数学 y 点

4 時間フルに勉強したときの組合せ

$$\frac{x}{40} + \frac{y}{20} = 1 \text{ は赤色}$$

等収入曲線 $p_1x + p_2y = \text{収入}$ は青色

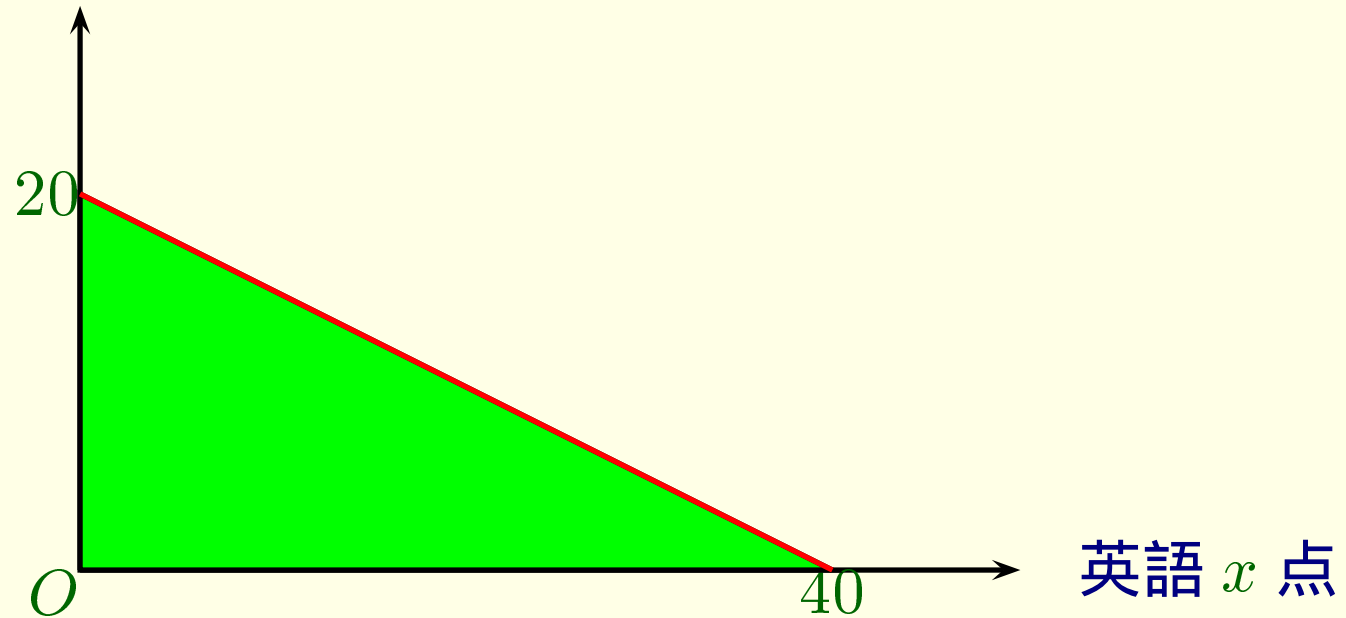
$$\left(\frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{2}\right)$$



どんどん等収入曲線を右上シフトさせると、
ここで、赤線と一致し、
もう右上シフトしても、赤線と交わらない
最適な点は赤線全体．赤線上の組み合わせなら何でも最適．
(フルに 4 時間勉強することが最適)

8 最後に:専門用語など

数学 y 点



赤線+緑部分: $\frac{x}{40} + \frac{y}{20} \leq 1$ を生産可能集合といい,

赤線: $\frac{x}{40} + \frac{y}{20} = 1$ を生産可能フロンティアという.

あとは, 前ページを参考に $\frac{p_1}{p_2} < \frac{1}{2}$, $\frac{p_1}{p_2} > \frac{1}{2}$
の, それぞれの場合の最適性を考えよ.

End

Push Esc Key or Click **閉じる, 最大化.**

(C)KADODA Tamotsu (角田 保)
@ Daito Bunka Univ. (大東文化大学)
Last Modified: June 23, 2007