希少な資源を有効利用

ミクロ経済学学生サポート I-3

労働時間↑で生産性↓のケース

以下，ページ番号↓を押すと節のトップへ戻るので便利.

1 A さんの最適行動は?

- 英語と数学の試験まであと 4 時間しかない，大学生 A さん.
- 数学は，1 時間勉強すると 5 点 up し，点数は勉強時間に比例.
- もらえる収入も，1 点あたり，英語 200 円・数学 600 円.
- A さんの目的 ⋯ 収入最大化.

1 A さんの最適行動は?

- 英語と数学の試験まであと 4 時間しかない，大学生 A さん.
- 数学は，1 時間勉強すると 5 点 up し，点数は勉強時間に比例.
- もらえる収入も，1 点あたり，英語 200 円・数学 600 円.
- A さんの目的 ⋯ 収入最大化.

だが，英語については勉強時間が増えるにつれて能率が悪くなるとする．A さんの点数の生産関数は,

$$\text{英語点数} = 30\sqrt{\text{英語勉強時間}}$$

2 解．方法

文字で表してグラフによって求めよう.

2 解．方法

文字で表してグラフによって求めよう．

科目	勉強時間	取れる点
英語	E	x
数学	M	y

2 解．方法

文字で表してグラフによって求めよう．

科目	勉強時間	取れる点	よって
英語	E	x	$x = 30\sqrt{E}$
数学	M	y	$y = 5M$

2 解．方法

文字で表してグラフによって求めよう．

科目	勉強時間	取れる点	よって
英語	E	x	$x = 30\sqrt{E}$
数学	M	y	$y = 5M$

$$x = 30\sqrt{E}$$

2 解．方法

文字で表してグラフによって求めよう．

科目	勉強時間	取れる点	よって
英語	E	x	$x = 30\sqrt{E}$
数学	M	y	$y = 5M$

$$x = 30\sqrt{E} \qquad \Longleftrightarrow x^2 = 900E$$

2 解．方法

文字で表してグラフによって求めよう.

科目	勉強時間	取れる点	よって
英語	E	x	$x = 30\sqrt{E}$
数学	M	y	$y = 5M$

$$x = 30\sqrt{E} \quad \Longleftrightarrow x^2 = 900E \quad \Longleftrightarrow E = \frac{x^2}{900}$$

2 解．方法

文字で表してグラフによって求めよう.

科目	勉強時間	取れる点	よって
英語	E	x	$x = 30\sqrt{E}$
数学	M	y	$y = 5M$

$$x = 30\sqrt{E} \qquad \Longleftrightarrow x^2 = 900E \qquad \Longleftrightarrow E = \frac{x^2}{900}$$

勉強時間は $E + M \leq 4$ だから，結局

$$\frac{x^2}{900} + \frac{y}{5} \leq 4$$

2 解．方法

文字で表してグラフによって求めよう.

科目	勉強時間	取れる点	よって
英語	E	x	$x = 30\sqrt{E}$
数学	M	y	$y = 5M$

$$x = 30\sqrt{E} \qquad \Longleftrightarrow x^2 = 900E \qquad \Longleftrightarrow E = \frac{x^2}{900}$$

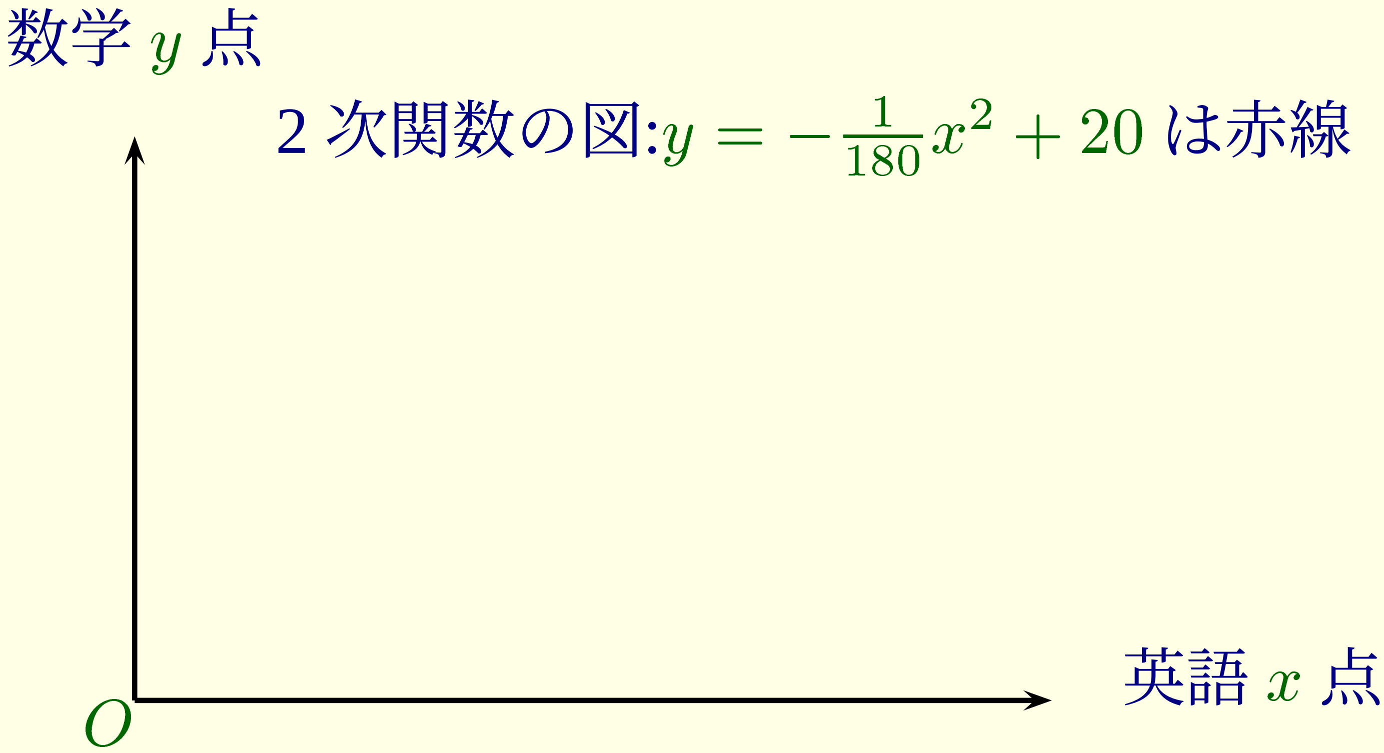
勉強時間は $E + M \leq 4$ だから，結局

$$\frac{x^2}{900} + \frac{y}{5} \leq 4 \qquad \Longleftrightarrow y \leq -\frac{1}{180}x^2 + 20$$

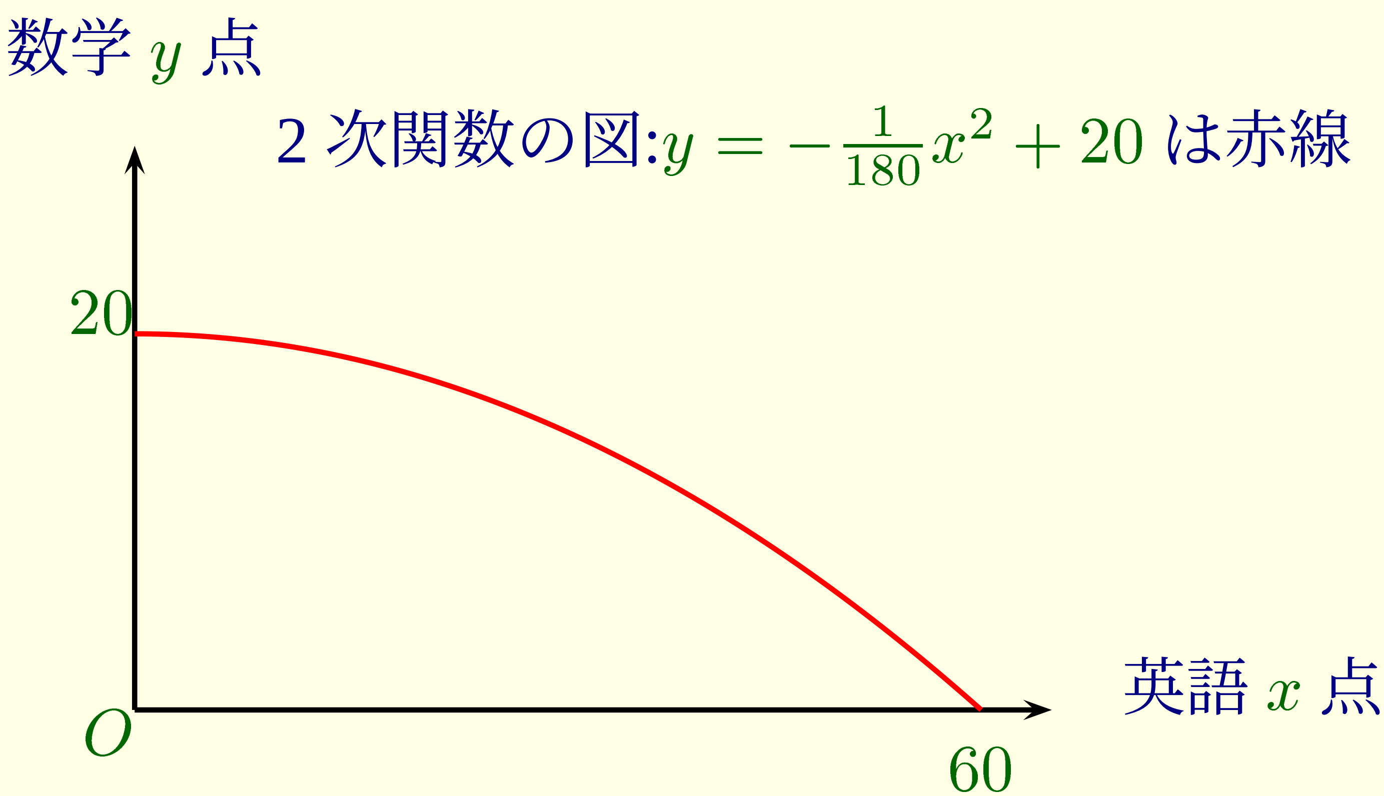
この図を考えよう.

3 図示する:取りうる点数と等収入曲線

2 次関数の図:$y = -\frac{1}{180}x^2 + 20$ は赤線



3 図示する:取りうる点数と等収入曲線

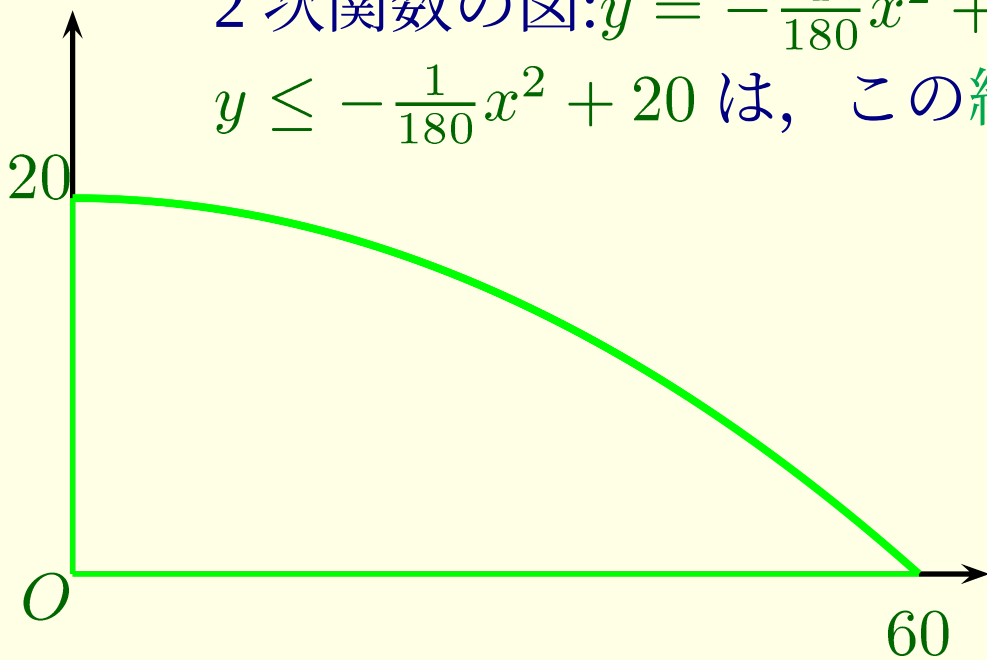


3 図示する:取りうる点数と等収入曲線

数学 y 点

2 次関数の図:$y = -\frac{1}{180}x^2 + 20$ は赤線

$y \leq -\frac{1}{180}x^2 + 20$ は，この緑線と内部

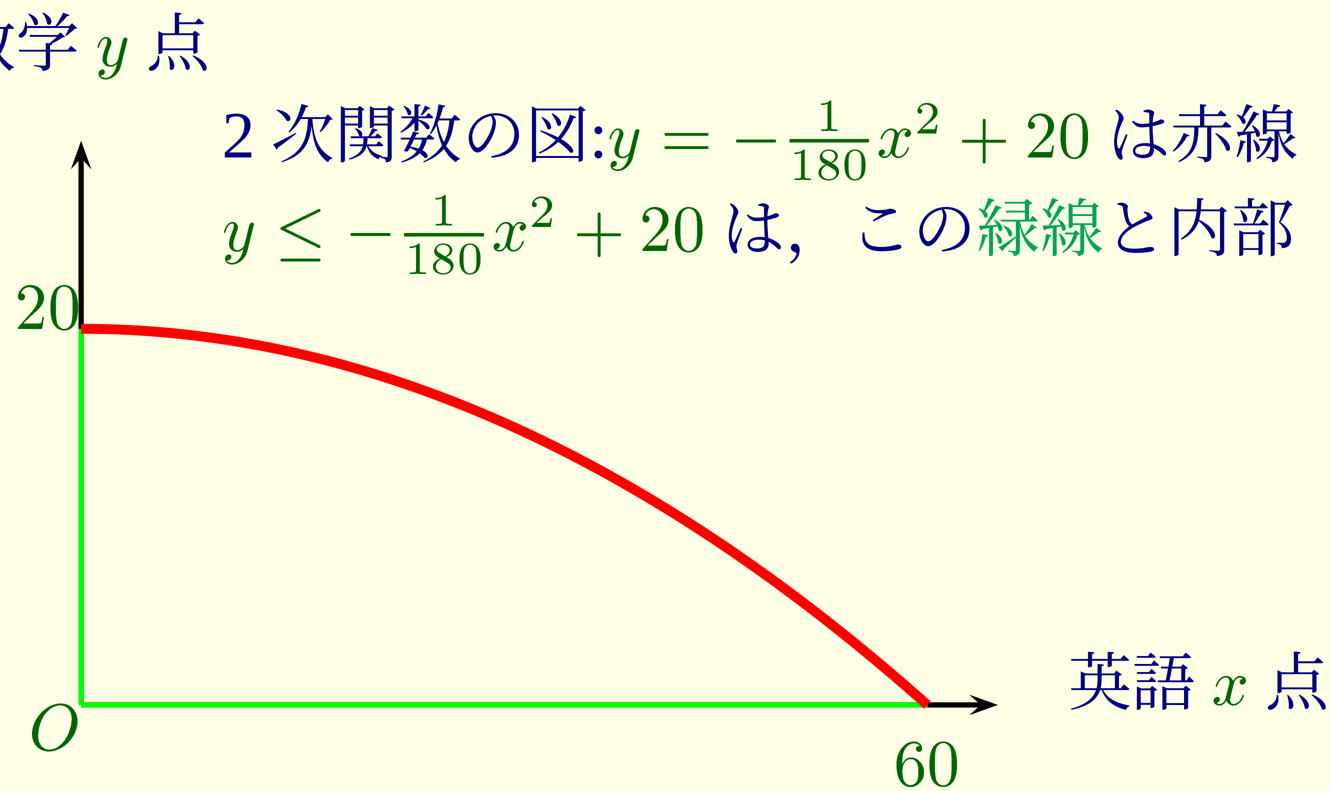


英語 x 点

3 図示する:取りうる点数と等収入曲線

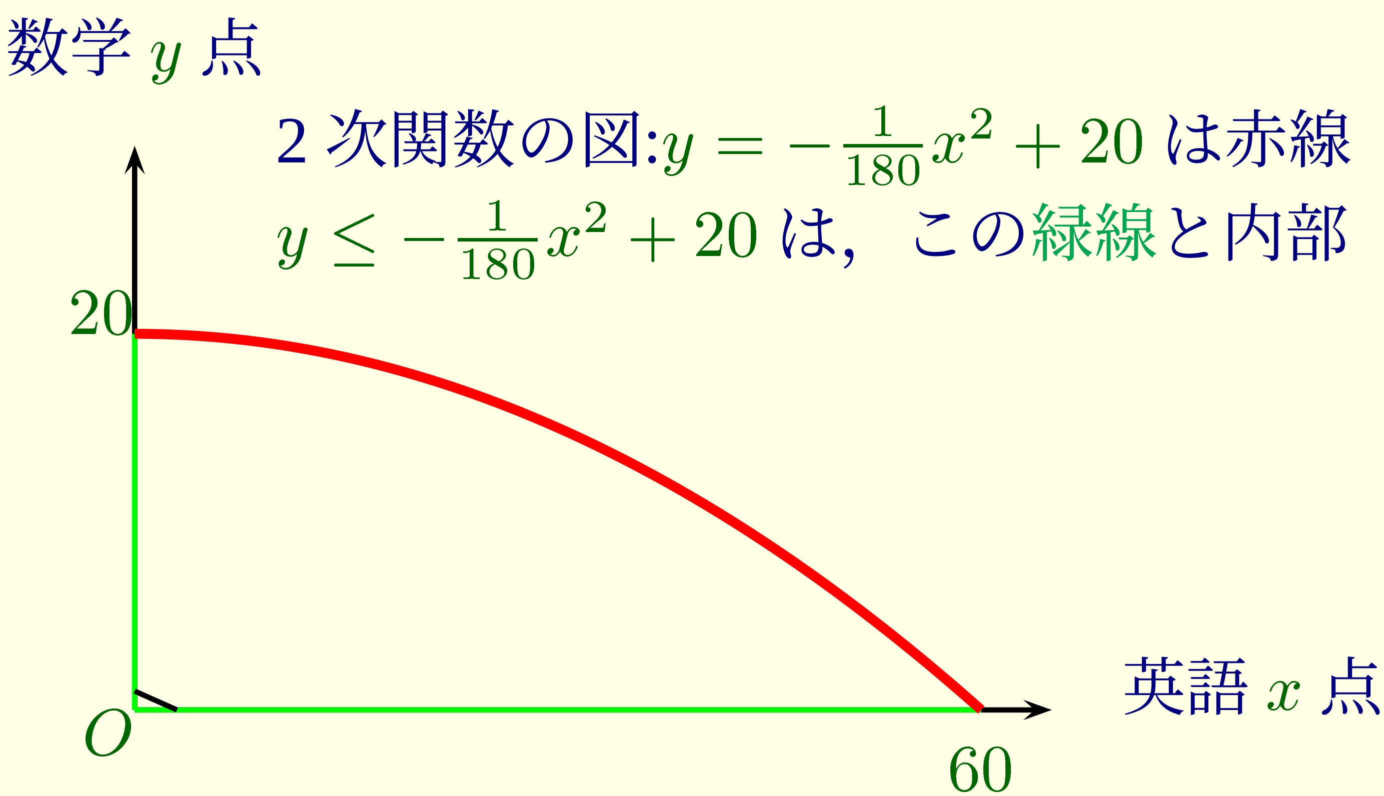
2 次関数の図:$y = -\frac{1}{180}x^2 + 20$ は赤線

$y \leq -\frac{1}{180}x^2 + 20$ は，この緑線と内部



重要なのはこの赤線.

3 図示する:取りうる点数と等収入曲線

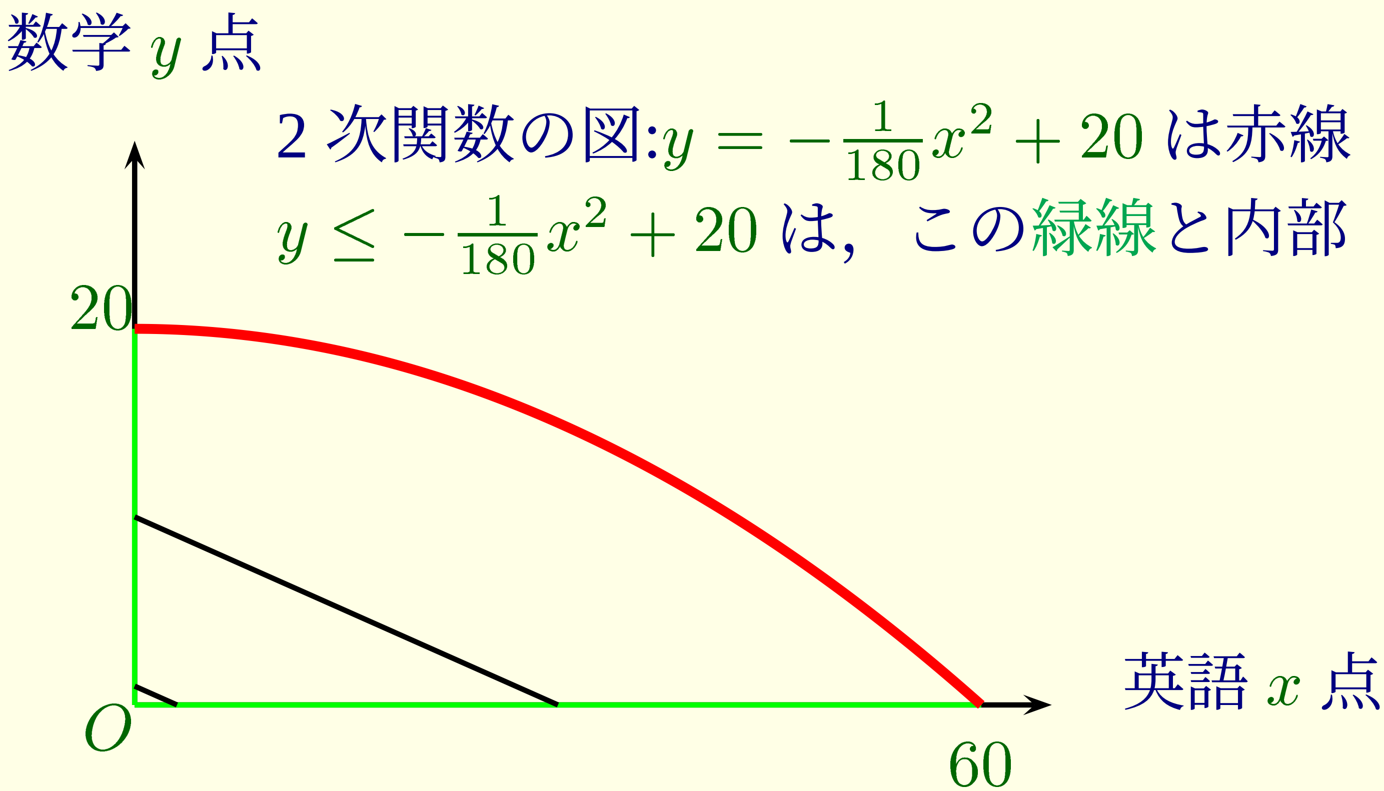


2 次関数の図:$y = -\frac{1}{180}x^2 + 20$ は赤線

$y \leq -\frac{1}{180}x^2 + 20$ は，この緑線と内部

重要なのはこの赤線.
収入曲線は $200x + 600y =$ 収入．どんどん右側シフトさせよう.

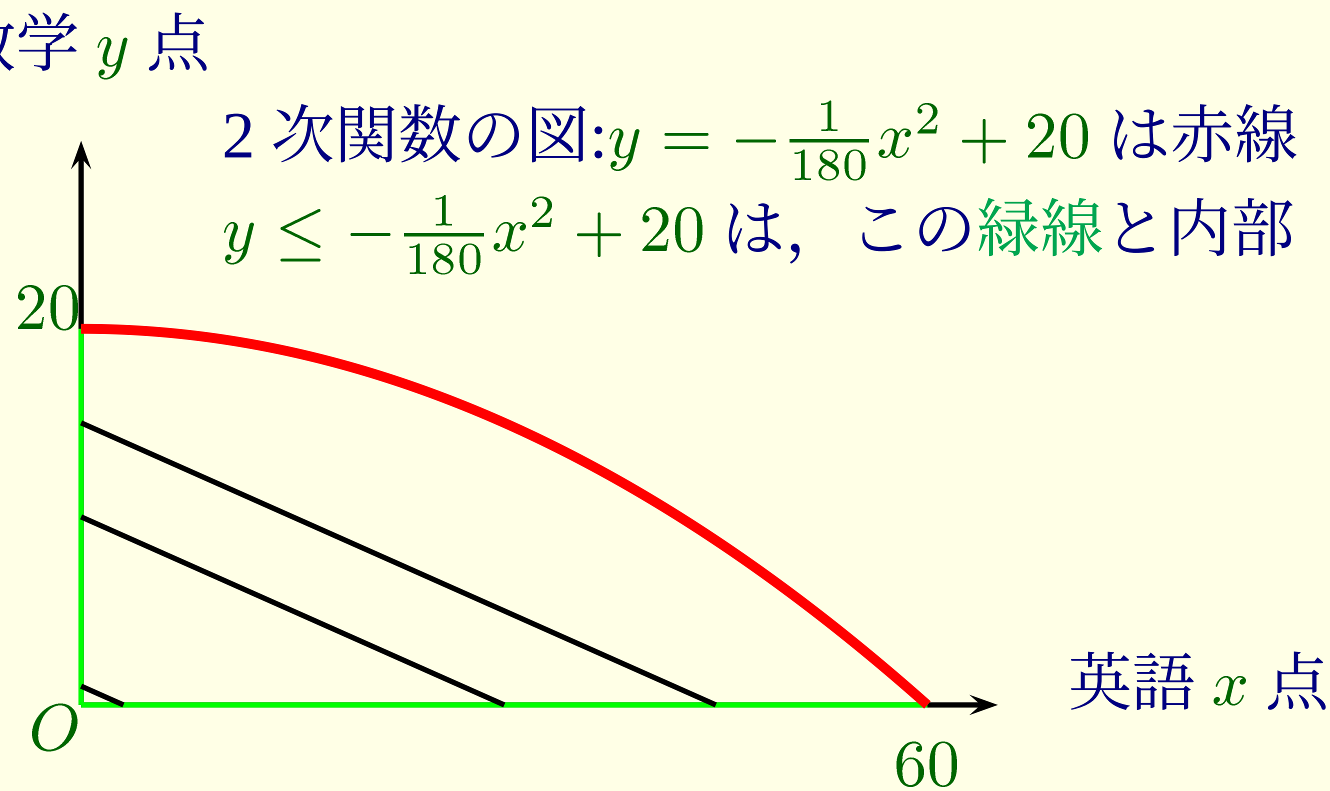
3 図示する:取りうる点数と等収入曲線



重要なのはこの赤線.

収入曲線は $200x + 600y =$ 収入．どんどん右側シフトさせよう.

3 図示する:取りうる点数と等収入曲線



2 次関数の図:$y = -\frac{1}{180}x^2 + 20$ は赤線

$y \leq -\frac{1}{180}x^2 + 20$ は，この緑線と内部

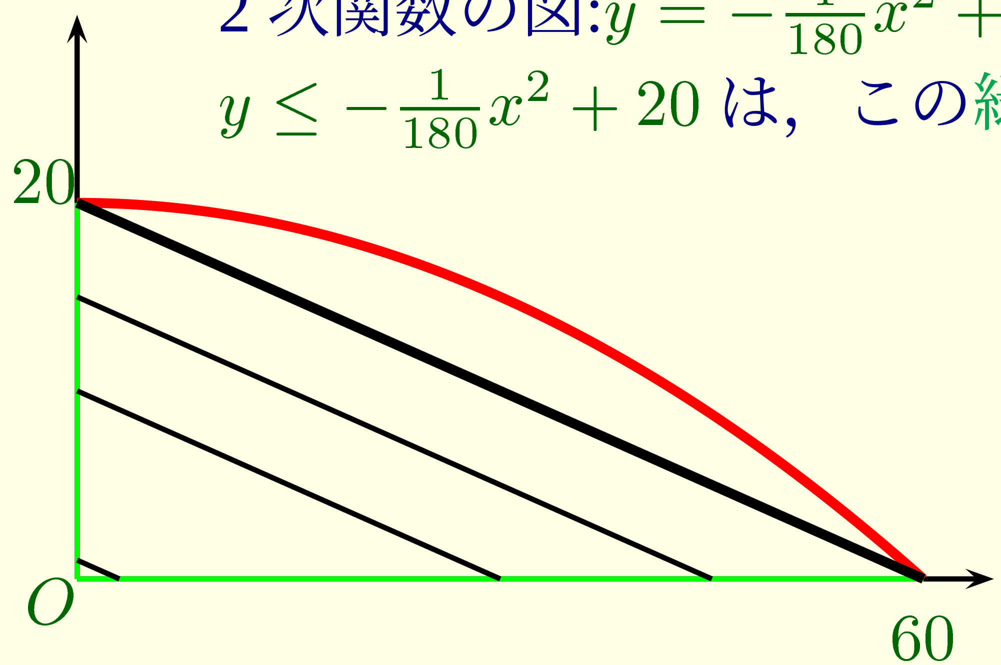
重要なのはこの赤線.

収入曲線は $200x + 600y =$ 収入．どんどん右側シフトさせよう.

3 図示する:取りうる点数と等収入曲線

2 次関数の図:$y=-\frac{1}{180}x^2+20$ は赤線

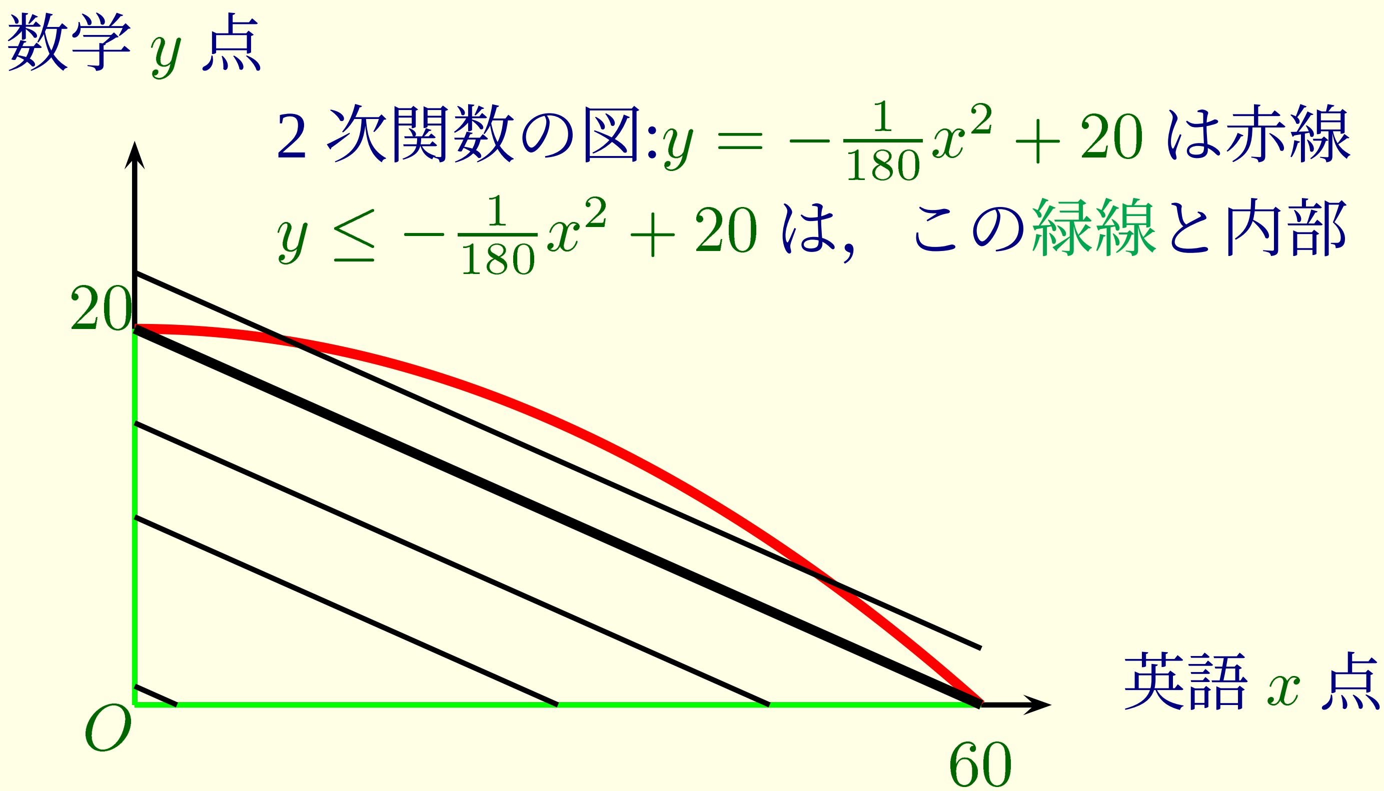
$y \le -\frac{1}{180}x^2+20$ は，この緑線と内部



重要なのはこの赤線.
収入曲線は $200x+600y=$ 収入．どんどん右側シフトさせよう.

黒太線:　まだまだ右上シフトできる.

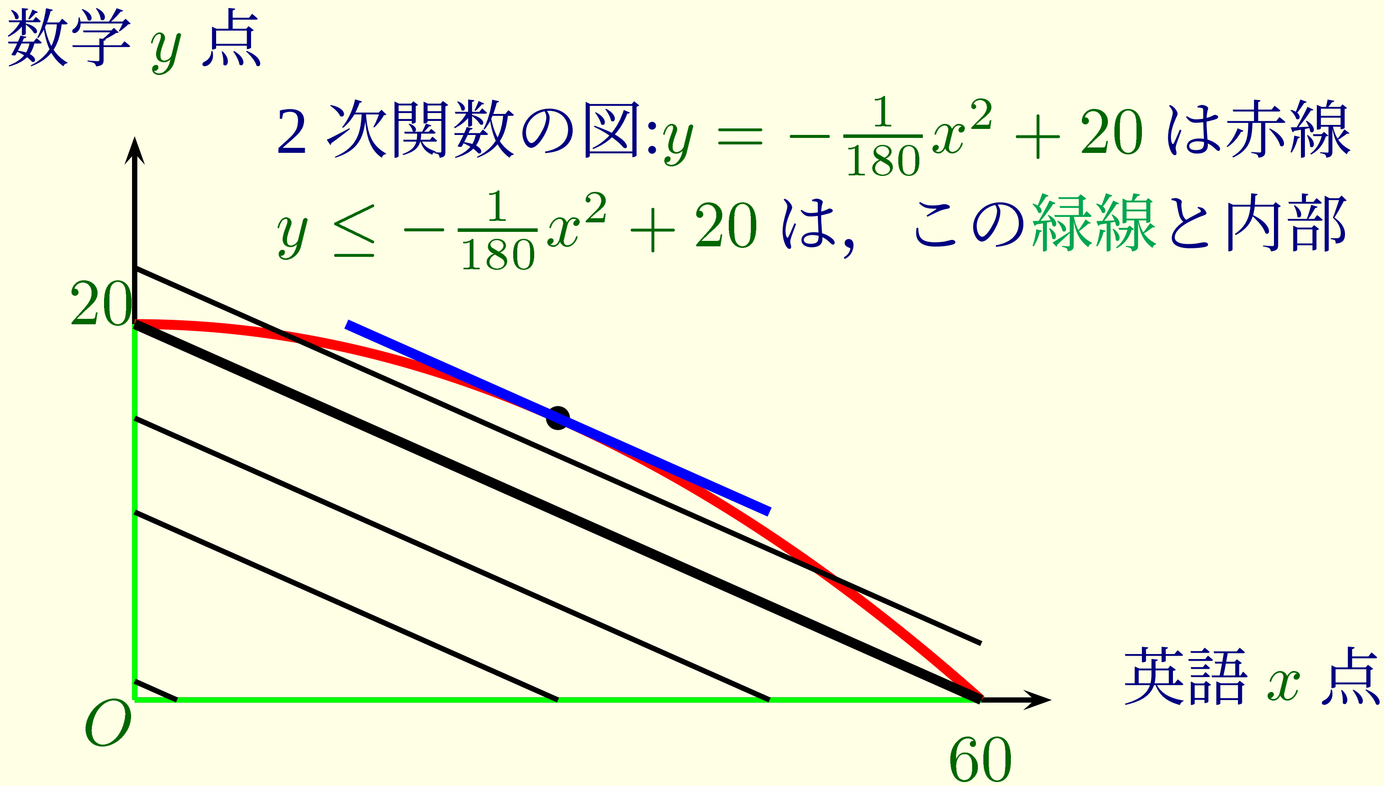
3 図示する:取りうる点数と等収入曲線



重要なのはこの赤線.
収入曲線は $200x + 600y =$ 収入．どんどん右側シフトさせよう.

黒太線:　まだまだ右上シフトできる.

3 図示する:取りうる点数と等収入曲線

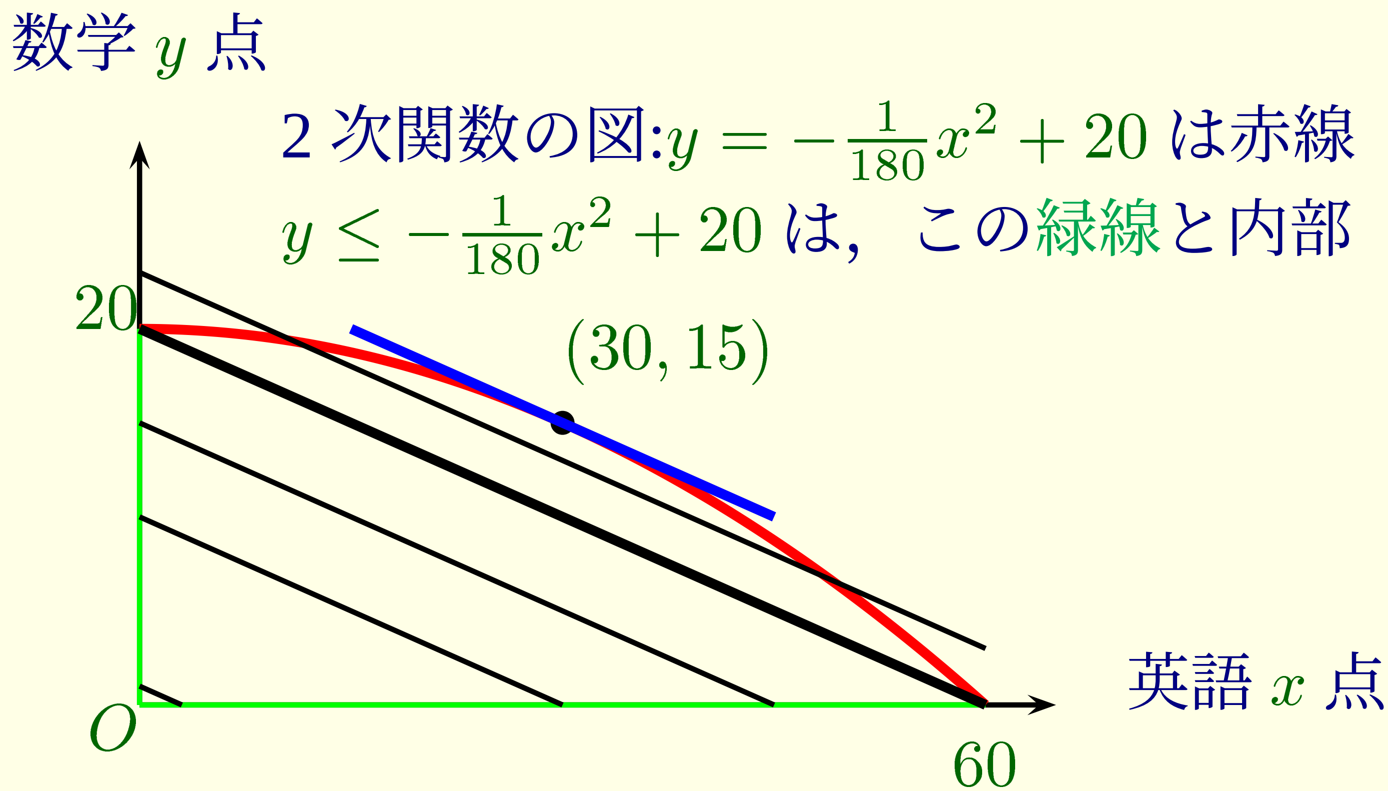


重要なのはこの赤線.
収入曲線は $200x + 600y =$ 収入．どんどん右側シフトさせよう.

黒太線:　まだまだ右上シフトできる.

青太線:　これ以上右上シフトすると赤線と交わらない.

3 図示する:取りうる点数と等収入曲線



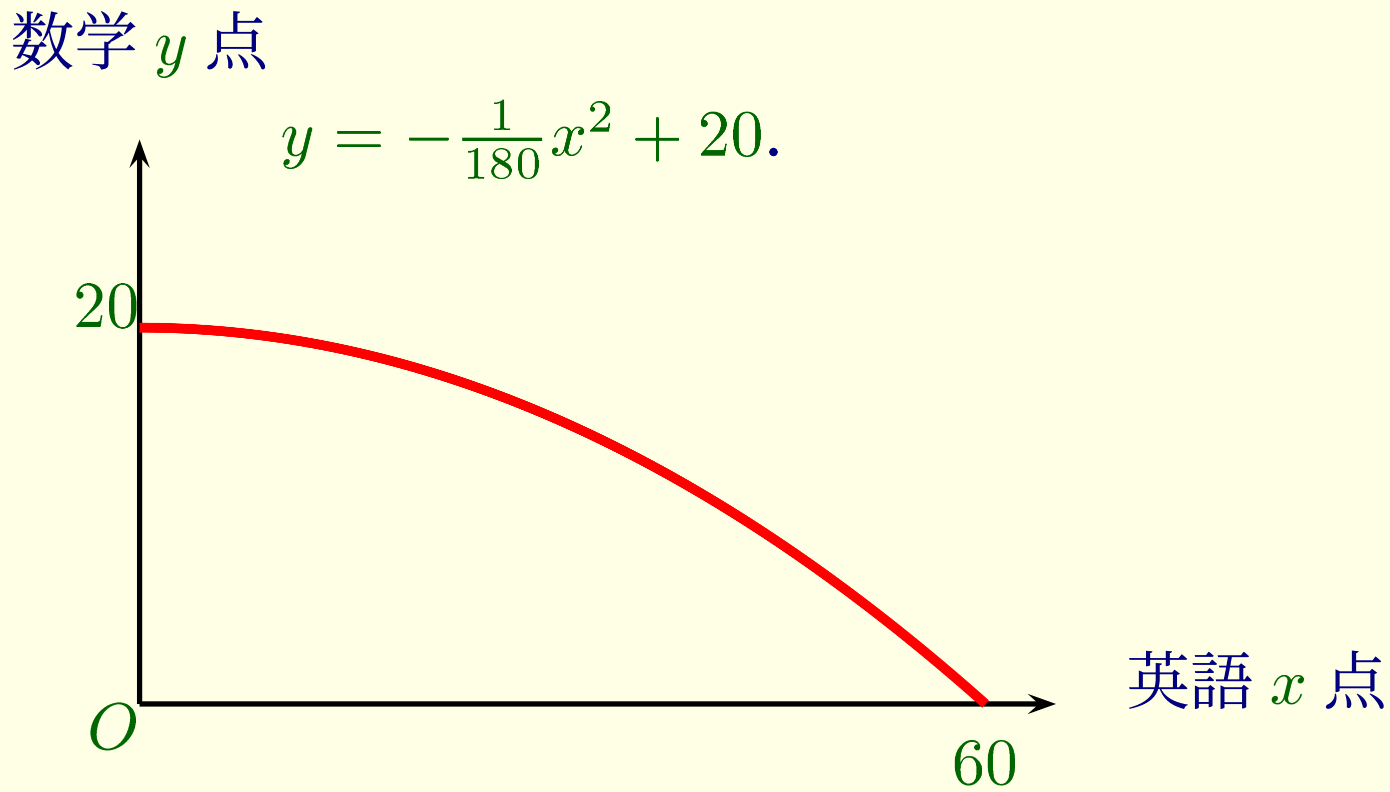
重要なのはこの赤線.
収入曲線は $200x + 600y =$ 収入．どんどん右側シフトさせよう.

黒太線:　まだまだ右上シフトできる.

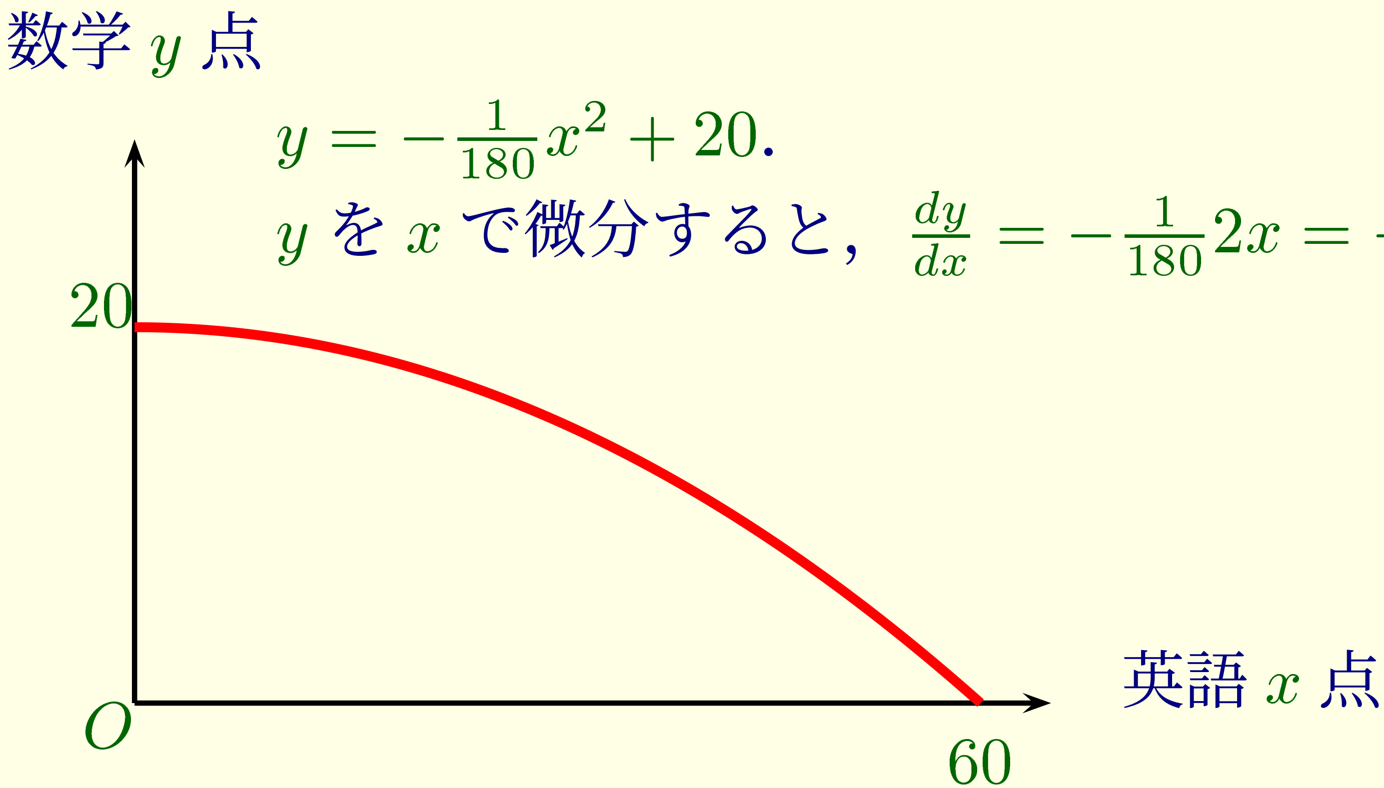
青太線:　これ以上右上シフトすると赤線と交わらない.

よって接点 $(30, 15)$ が最適．座標の求め方は次ページ.

4 最適解を計算で求める



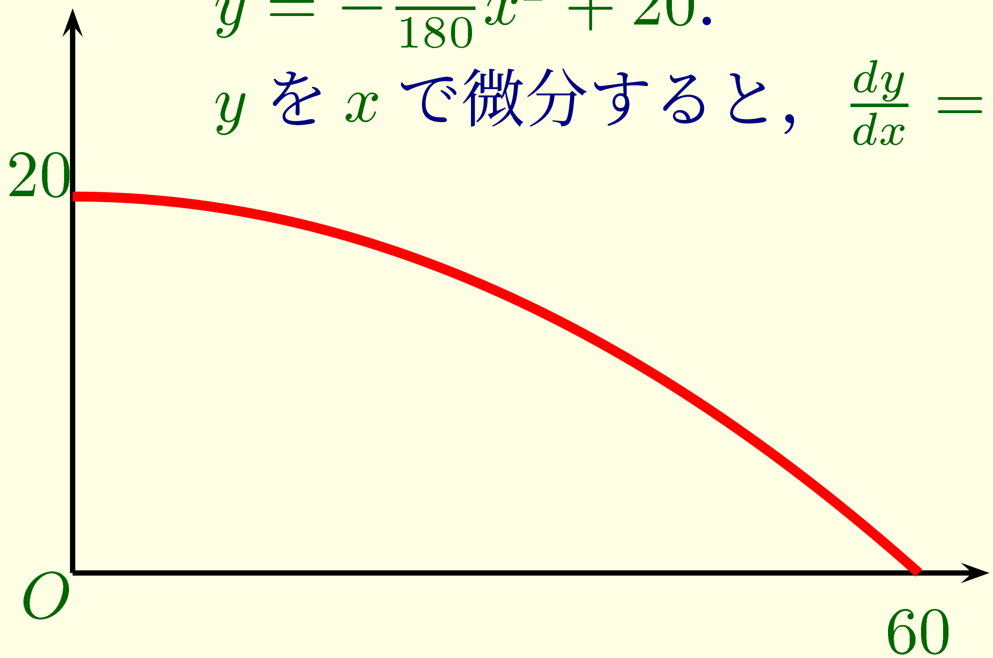
4 最適解を計算で求める



$y = -\frac{1}{180}x^2 + 20.$

y を x で微分すると，$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{180}2x = -\frac{x}{90}$

4 最適解を計算で求める

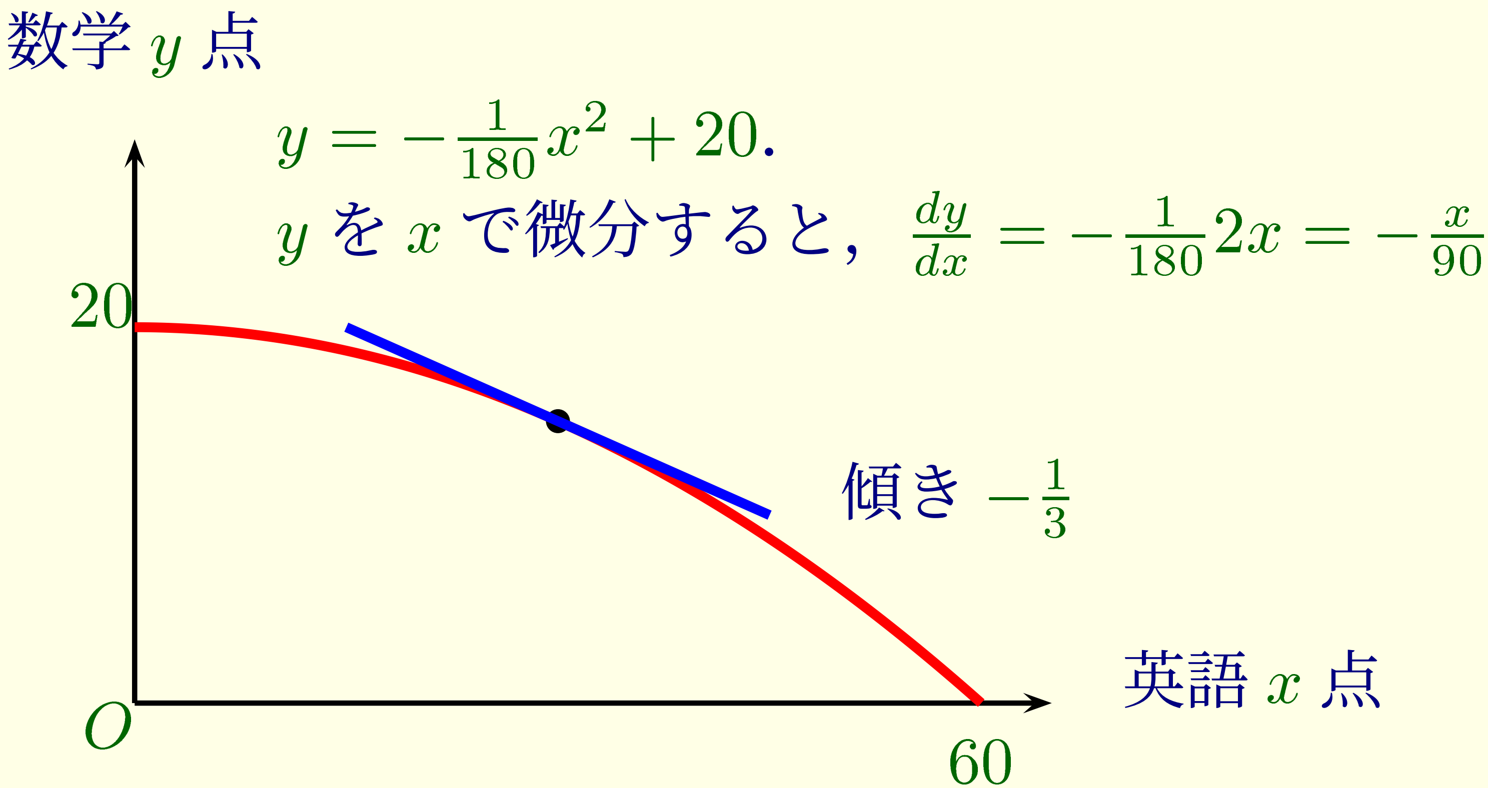


$y = -\frac{1}{180}x^2 + 20.$

y を x で微分すると，$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{180}2x = -\frac{x}{90}$

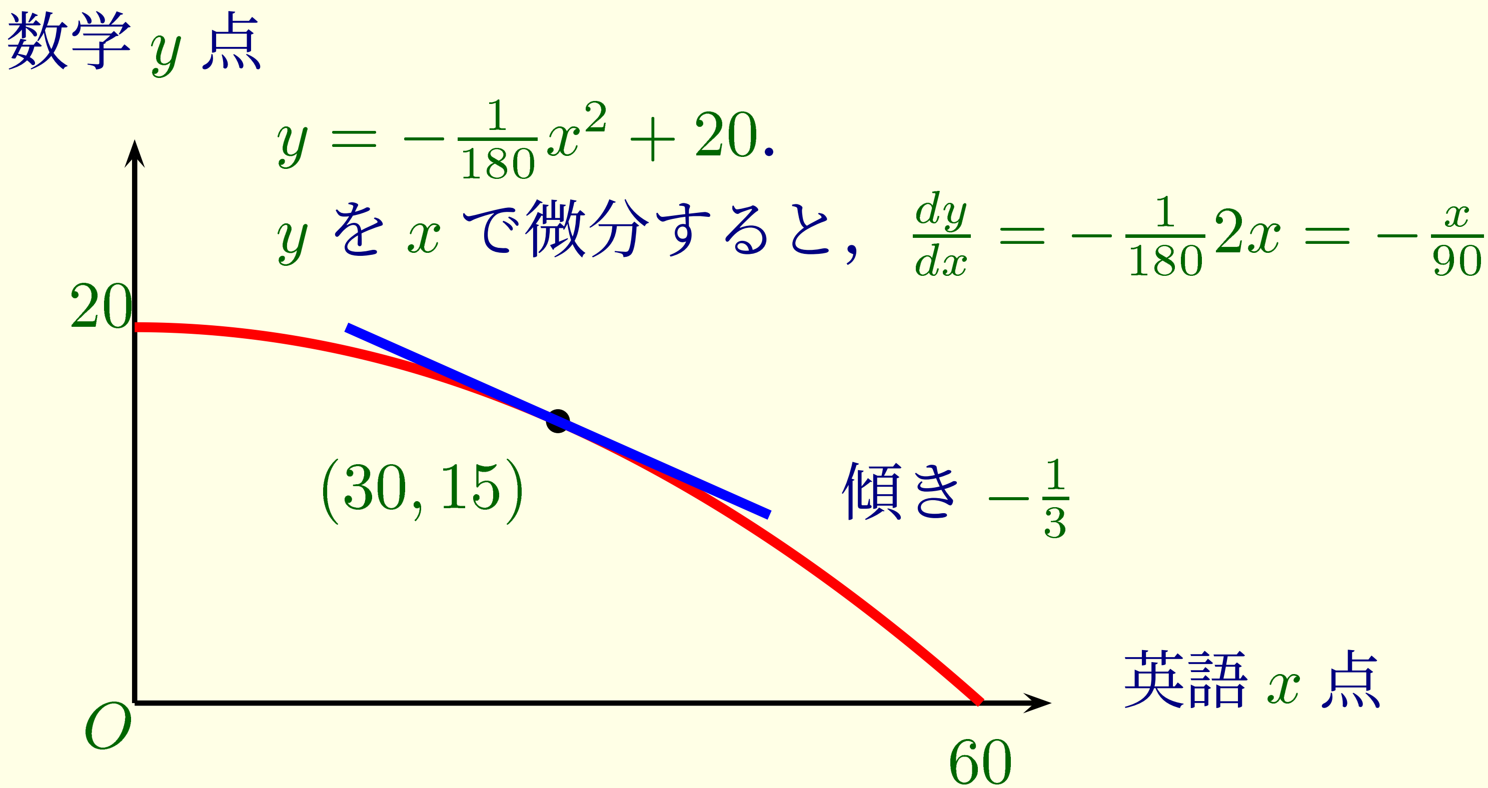
収入曲線は $200x + 600y =$ 収入．傾きは $-\frac{1}{3}$

4 最適解を計算で求める



収入曲線は $200x + 600y =$ 収入．傾きは $-\frac{1}{3}$
$y = -\frac{1}{180}x^2 + 20$ 上で，接線の傾きが $-\frac{1}{3}$ となる点を求めればよい．つまり $-\frac{x}{90} = -\frac{1}{3}$ を解く．

4 最適解を計算で求める



収入曲線は $200x + 600y =$ 収入．傾きは $-\frac{1}{3}$

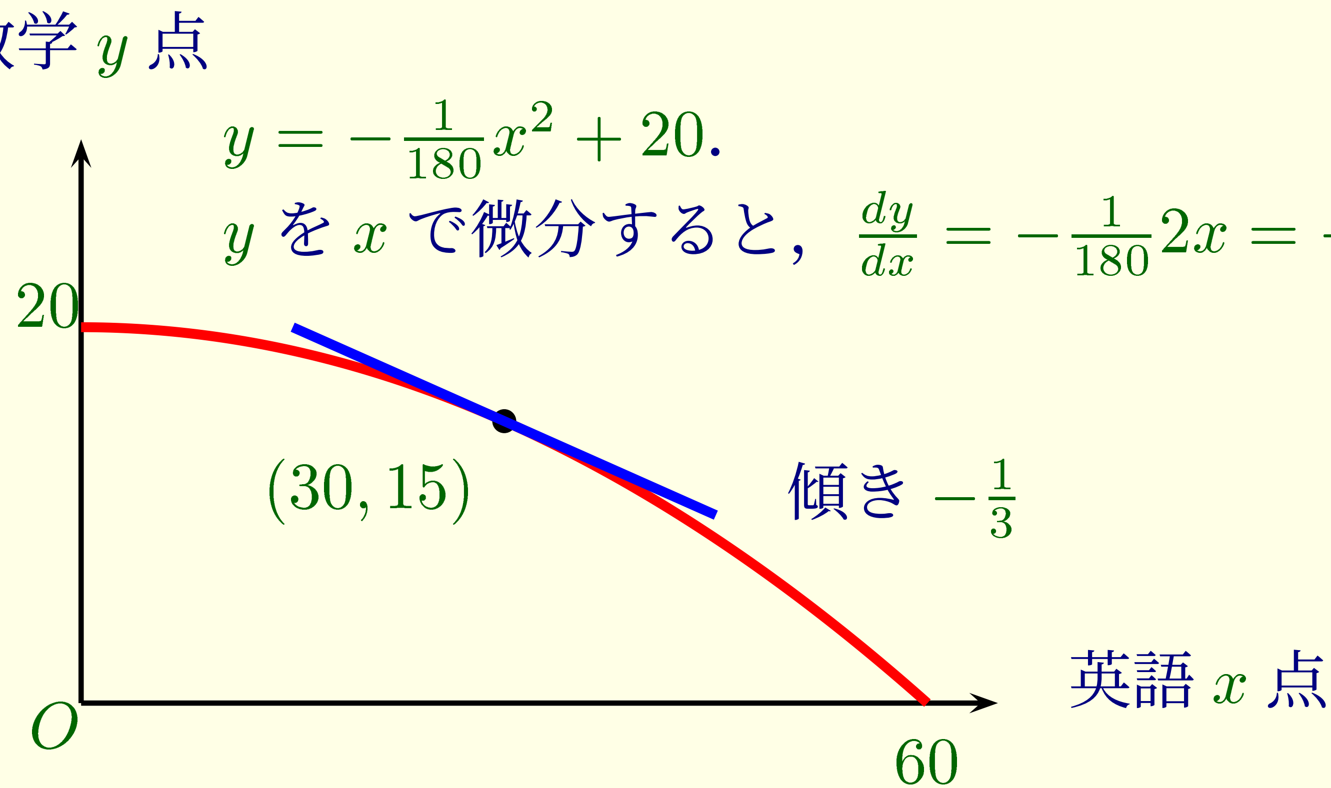
$y = -\frac{1}{180}x^2 + 20$ 上で，接線の傾きが $-\frac{1}{3}$ となる点を求めればよい．つまり $-\frac{x}{90} = -\frac{1}{3}$ を解く．

解くと $x = 30$．赤線の式に代入して，$y = -\frac{1}{180}30^2 + 20 = 15$

4 最適解を計算で求める

$y = -\frac{1}{180}x^2 + 20.$

y を x で微分すると，$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{180}2x = -\frac{x}{90}$



収入曲線は $200x + 600y =$ 収入．傾きは $-\frac{1}{3}$

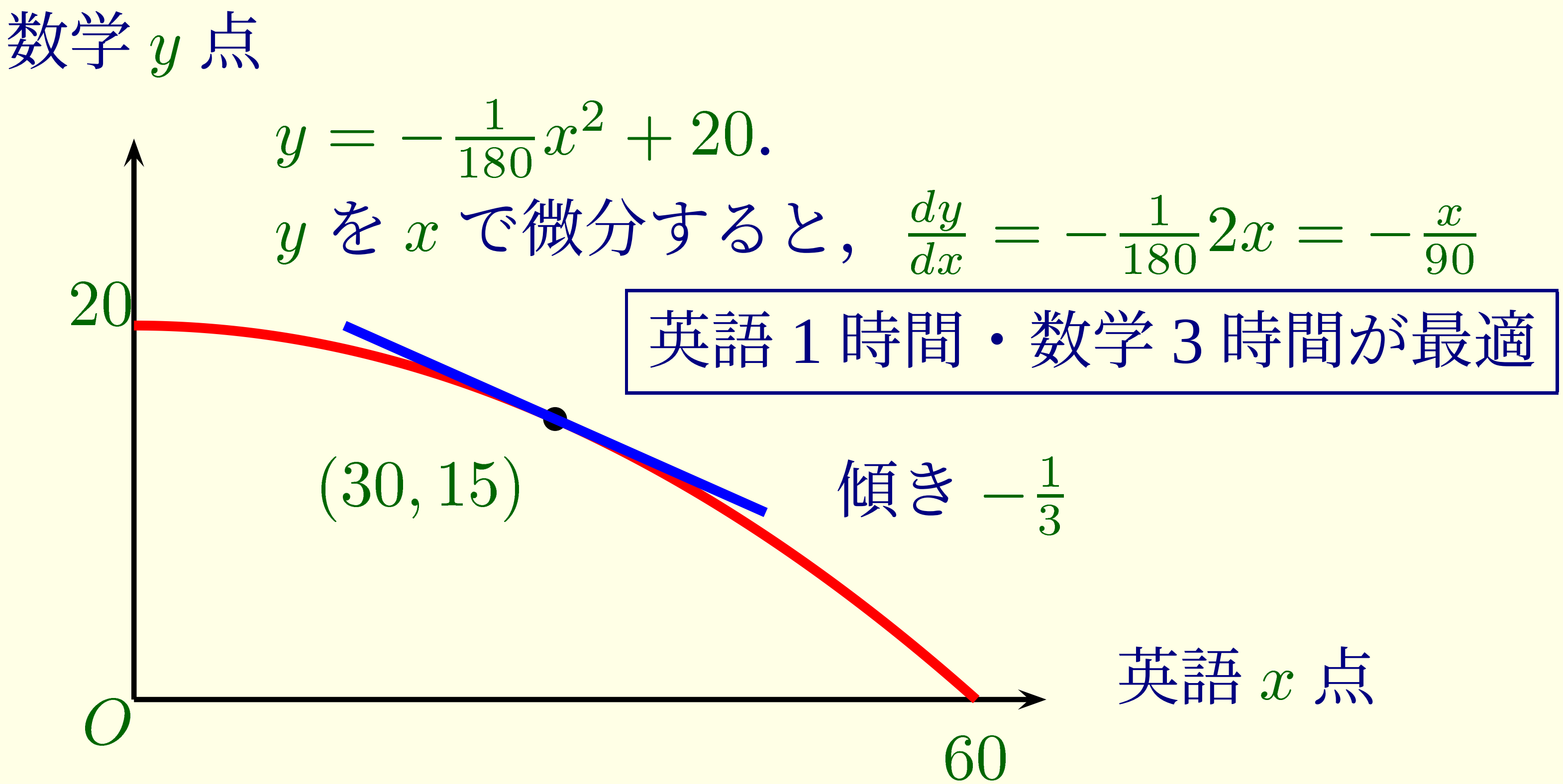
$y = -\frac{1}{180}x^2 + 20$ 上で，接線の傾きが $-\frac{1}{3}$ となる点を

求めればよい．つまり $-\frac{x}{90} = -\frac{1}{3}$ を解く．

解くと $x = 30$．赤線の式に代入して，$y = -\frac{1}{180}30^2 + 20 = 15$

英語と数学の勉強時間 E, M とすると，$x = 30\sqrt{E}, y = 5M$ より，

4 最適解を計算で求める



収入曲線は $200x + 600y =$ 収入．傾きは $-\frac{1}{3}$

$y = -\frac{1}{180}x^2 + 20$ 上で，接線の傾きが $-\frac{1}{3}$ となる点を求めればよい．つまり $-\frac{x}{90} = -\frac{1}{3}$ を解く．

解くと $x = 30$．赤線の式に代入して，$y = -\frac{1}{180}30^2 + 20 = 15$

英語と数学の勉強時間 E, M とすると，$x = 30\sqrt{E}, y = 5M$ より，

5 まとめ

- 2つの生産物 (英語の点・数学の点) を労働時間 (勉強時間) によって作る，2財1要素モデル.
- 英語の点数 x に関して，労働時間 E との関係が $x = 30\sqrt{E}$.

5 まとめ

- 2 つの生産物 (英語の点・数学の点) を労働時間 (勉強時間) によって作る，2 財 1 要素モデル.
- 英語の点数 x に関して，労働時間 E との関係が $x = 30\sqrt{E}$.

投入要素 E	0	1	2	3
生産物 x	0	30	$30\sqrt{2}$	$30\sqrt{3}$
1 時間追加した時の点数の増分	$30 - 0 = 30$	$30\sqrt{2} - 30 =$ 約 12	$30\sqrt{3} - 30\sqrt{2} =$ 約 9	

労働量が増えるにつれて，(限界的な) 生産性が下がることを示している.

5 まとめ

- 2 つの生産物 (英語の点・数学の点) を労働時間 (勉強時間) によって作る，2 財 1 要素モデル.
- 英語の点数 x に関して，労働時間 E との関係が $x = 30\sqrt{E}$.

投入要素 E	0	1	2	3
生産物 x	0	30	$30\sqrt{2}$	$30\sqrt{3}$
1 時間追加した時の点数の増分	$30 - 0$ $= 30$	$30\sqrt{2} - 30$ $=$ 約 12	$30\sqrt{3} - 30\sqrt{2}$ $=$ 約 9	

労働量が増えるにつれて，(限界的な) 生産性が下がることを示している.

このような生産と投入要素の関係を，限界生産力逓減という.

数学の $y = 5M$ 場合は，限界生産力一定という (表を書いてみよ).

微分可能な関数のときは，本来微分で判断するのだが，今は省略.

End

Push Esc Key or Click 閉じる, 最大化.

(C)KADODA Tamotsu (角田　保)

@ Daito Bunka Univ. (大東文化大学)

Last Modified: June 23, 2007